

# **Analyse des Streulichts in den Eisfontänen des Enceladus mit Hilfe numerischer Simulationen**

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina

zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften

(Dr.rer.nat.)

genehmigte

Dissertation

von Peter Strub

aus Heidelberg, Deutschland

1. Referent: Prof. Dr. Jürgen Blum

2. Referent: Prof. Dr. Sascha Kempf

eingereicht am: 22.12.2011

mündliche Prüfung (Disputation) am: 26.3.2012

(2013)



## **Vorveröffentlichungen der Dissertation**

### **Tagungsbeiträge**

Strub, P., Kempf, S., Beckmann, U., Schmidt, J.: Ice volcanism on Enceladus: From simulations to observations, in “European Planetary Science Congress 2009, held 14-18 September in Potsdam, Germany” p.493, Vortrag

Strub, P., Kempf, S., Beckmann, U.: Slow Particles in the Plumes of Enceladus: Numerical Simulations and Infrared Spectra (2011), European Planetary Science Congress 2011, 2-7 October, Nantes, France, Poster





# Zusammenfassung

Die Südpolregion des Saturnmondes Enceladus zeigt einen aktiven Eisvulkanismus, der Wasserdampf und Eispartikel in das Saturnsystem einspeist und eingehend von der Cassini-Raumsonde beobachtet wurde. Anhand von in-situ-Messungen des Staubinstruments CDA (Cosmic Dust Analyzer) zusammen mit optischen Aufnahmen des Streulichts der Fontänen wurden die Randbedingungen festgelegt, mit denen numerische Simulationen die Dynamik und Dichteverteilung des Staubs im Detail beschreiben konnten.

In dieser Arbeit werden simulierte Dichteverteilungen genutzt, um in einem konsistenten Modell das Streulicht der Fontänen zu berechnen. Dabei wird die Struktur und der spektrale Verlauf im Wesentlichen durch die dynamischen Anfangsbedingungen an der Enceladusoberfläche festgelegt. Mit Hilfe des Modells werden Spektren im nahen Infrarot berechnet, deren Geometrie realen Beobachtungen des VIMS-Instruments auf Cassini entspricht und im Vergleich diskutiert.

Dabei zeigt sich, dass die beobachteten Spektren ohne Zuhilfenahme einer zusätzlichen Komponente nicht reproduziert werden können. Dies ist zu erwarten, da die eingehende Größenverteilung lediglich die homogene Nukleation aus der Gasphase enthält. Weitere Prozesse, die nötig sind, um den beobachteten Salzgehalt einer Partikelpopulation zu erklären, sind im Entstehungsmodell nicht enthalten.

Wir bestimmen diese Komponente anhand der Differenz zwischen simuliertem und beobachtetem Streulicht. Ihre Größenverteilung fällt dabei weniger stark zu großen Teilchen bis  $3.5\mu\text{m}$  ab als die Restkomponente; zudem ist sie wesentlich stärker zur Mondoberfläche konzentriert. Dies steht im Einklang mit der visuellen Identifikation einer diffusen Komponente zwischen den einzelnen Fontänen.

## Abstract

The south pole region of Saturn's moon Enceladus exhibits an active ice volcanism, injecting water vapor and ice particles into the Saturnian system. It has been extensively studied by the Cassini spacecraft. Using in-situ measurements of the dust instrument CDA (Cosmic Dust Analyzer) on board Cassini along with optical images, the boundary conditions for a numerical simulation were fixed. It was then used to describe in detail the dynamics and the density distribution of the dust.

Here we make use of the simulated density distribution to derive a consistent model of the scattered light in the particle plume. Its structure and spectra are essentially fixed by the initial conditions for the dynamical model, as defined at the surface of Enceladus. Using this model we calculate near-infrared spectra of the jets, using a geometry that matches existing observations by the VIMS instrument on Cassini. We then discuss the similarities and differences of

simulated vs. observed spectra.

It turns out that the observed spectra cannot be reproduced without introducing an additional component. This is expected, because the size distribution we use is based on homogeneous nucleation from the gas phase alone. Further processes that are necessary to reproduce the particles' salt content are not included in the formation model so far.

We have determined this component as a difference between simulated and observed spectra. Its size distribution falls off less steeply towards large particles of up to  $3.5\mu\text{m}$  than the other components. Furthermore, it is concentrated more closely to the moon's surface. We conclude this component agrees with the diffuse component that has been identified visually between the jets.

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Das Saturnsystem . . . . .   | 2         |
| 1.1.1    | Saturn . . . . .   | 2         |
| 1.1.2    | Ringsystem . . . . .   | 3         |
| 1.1.3    | Enceladus . . . . .  | 4         |
| 1.2      | Die Cassini-Mission . . . . .  | 7         |
| 1.2.1    | Der Cassini-Staubdetektor CDA . . . . .  | 8         |
| 1.2.2    | Das abbildende Spektrometer VIMS . . . . .   | 11        |
| 1.3      | Einordnung und Ziel der Arbeit . . . . .   | 13        |
| <b>2</b> | <b>Dynamik</b>   | <b>15</b> |
| 2.1      | Übersicht . . . . .  | 15        |
| 2.2      | Kondensationsprozess und Größenverteilung . . . . .                                | 17        |
| 2.3      | Die elektrische Ladung eines Staubteilchens . . . . .                              | 18        |
| 2.4      | Bewegungsgleichung eines Staubteilchens . . . . .                                  | 20        |
| 2.4.1    | Relevante Kräfte . . . . .   | 20        |
| 2.4.2    | Weitere Effekte . . . . .  | 23        |
| 2.5      | Numerische Methoden . . . . .  | 23        |
| 2.5.1    | Anfangsbedingungen . . . . .   | 24        |
| 2.5.2    | Numerische Integration . . . . .   | 25        |
| 2.5.3    | Kollision mit Enceladus . . . . .  | 27        |
| 2.5.4    | Optimierung einzelner Funktionen . . . . .   | 29        |
| 2.6      | Ergebnisse . . . . .   | 30        |
| <b>3</b> | <b>Helligkeit der Eisfontänen</b>  | <b>35</b> |
| 3.1      | Einheiten zur Strahlungsmessung . . . . .  | 35        |
| 3.2      | Mie-Streuung . . . . .   | 36        |
| 3.2.1    | Überblick . . . . .  | 36        |
| 3.2.2    | Stokes-Parameter und Streumatrix . . . . .   | 37        |
| 3.2.3    | Grundlagen der Mie-Streuung . . . . .  | 39        |
| 3.2.4    | Beispiele . . . . .  | 41        |
| 3.3      | Fraunhofer-Beugung . . . . .   | 44        |
| 3.3.1    | Grundgedanke der Fraunhofer-Beugung . . . . .                                      | 44        |
| 3.3.2    | Fraunhofer-Beugung an dielektrischen Medien . . . . .                              | 47        |
| 3.3.3    | Zusammenhang zwischen Streuwellenlänge und streuender Teilchen-<br>größe . . . . . | 48        |

## *Inhaltsverzeichnis*

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.4      | Numerische Umsetzung der Mie-Streuung . . . . .                  | 51        |
| 3.4.1    | Berechnungsalgorithmus für die Streumatrix . . . . .             | 51        |
| 3.4.2    | Formulierung für ein Ensemble aus Teilchen . . . . .             | 53        |
| 3.4.3    | Vorgehensweise zur numerischen Umsetzung . . . . .               | 54        |
| 3.5      | Optische Eigenschaften von Wassereis . . . . .                   | 54        |
| <b>4</b> | <b>Beobachtung</b>   | <b>57</b> |
| 4.1      | Beschreibung der VIMS-Nahinfrarotdaten . . . . .                 | 58        |
| 4.2      | Analyse der VIMS-Beobachtungen . . . . .                         | 58        |
| 4.3      | Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen . . . . . | 62        |
| 4.3.1    | Absoluter Fluss . . . . .  | 63        |
| 4.3.2    | Spektraler Verlauf . . . . .                                     | 65        |
| 4.3.3    | Abhängigkeit von der Höhe . . . . .                              | 68        |
| 4.3.4    | Hintergrundsubtraktion als Fehlerquelle . . . . .                | 70        |
| 4.3.5    | Diffuse Partikelkomponente . . . . .                             | 74        |
| 4.3.6    | Eindeutigkeit der Anpassungen . . . . .                          | 79        |
| <b>5</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>                              | <b>83</b> |
|          | <b>Liste der verwendeten Symbole</b>                             | <b>85</b> |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>                                      | <b>87</b> |

# 1 Einleitung

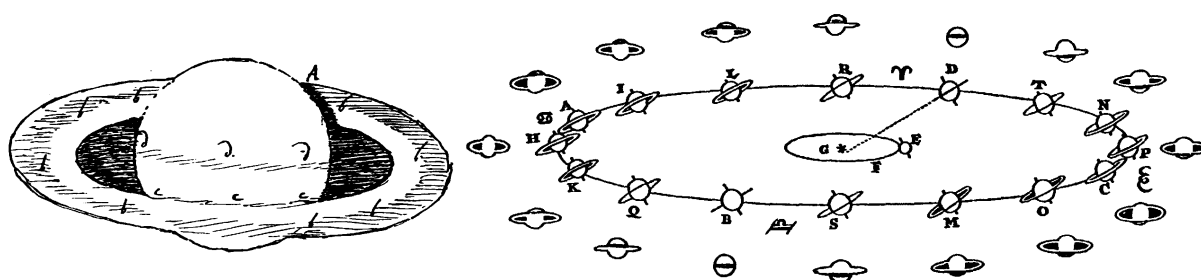
Die Ringe des Saturn sind nicht nur das größte bekannte planetare Ringsystem, seit der Entdeckung durch Galileo Galilei ist es auch das mit 400 Jahren am längsten bekannte Ringsystem. Die Geschichte seiner Beobachtung und Erforschung kann mit einer ganzen Reihe größerer Überraschungen aufwarten. Seine Struktur vermochte Galilei aufgrund der unvollkommenen Teleskope noch nicht zu deuten und beschrieb Saturn als “dreifach”, oder auch mit “Henkeln” (lat. Ansaе, heute immer noch gebräuchlich zur Bezeichnung der scheinbaren Ringspitzen). Als sie bei Beobachtungen zur Kantenstellung im Jahre 1612 verschwunden zu sein schienen, fragte sich Galilei, ob denn “Saturn seine Kinder verschluckt” hätte. Umso größer war seine Verwunderung, als sie ein Jahr später wieder beobachtet wurden.

Im Jahre 1655 gelang es Christiaan Huygens schließlich, die Natur des Rings korrekt zu beschreiben (Abb. 1.1): “Saturn ist umgeben von einem dünnen, flachen Ring, der ihn nicht berührt, geneigt zur Ekliptik.” Die physikalische Struktur des Rings wurde erst 1859 von James Clerk Maxwell aufgeklärt. Er verwarf die bis dahin herrschende Meinung, dass der Saturnring eine starre Scheibe sei, aufgrund einer Betrachtung der auftretenden Scherkräfte und schlug ein System aus unabhängig voneinander umlaufenden Brocken vor.

Wir haben heute das Privileg, als Erste dieses Ringsystem aus der Nähe studieren zu können. Zunächst mit Pioneer 11 und den beiden Voyager-Raumsonden, die dem Ringplaneten auf ihren Vorbeiflügen in den Jahren 1979, 1980 und 1981 nur sehr kurz nahe kamen und mit der immer noch aktiven Cassini-Sonde, die im Juli 2004 in den Saturnorbit einschwenkte und bis voraussichtlich 2017 Saturn und seine Monde unter wechselnder Sonneneinstrahlung im Detail untersuchen wird.

Eine der herausragenden Entdeckungen der Cassini-Mission ist der Eisvulkanismus in der Südpolregion des Saturnmondes Enceladus (Dougherty et al., 2006; Spahn et al., 2006; Waite et al., 2006; Spencer et al., 2006; Porco et al., 2006). Aus einem Ozean mit flüssigem Wasser unterhalb der Eiskruste (Schmidt et al., 2008; Postberg et al., 2009; Waite et al., 2009; Nimmo et al., 2007) speist er den diffusen E-Ring, welcher außerhalb der optisch dichten Hauptringe liegt, mit Eispartikeln.

Thema dieser Arbeit ist es, mit Hilfe numerischer Simulationen der Staubverteilung in direkter Nähe des Enceladus ein Modell für die Streuung des visuellen und infraroten Lichts an den Partikeln zu entwickeln und aus dem Vergleich mit Fotos und Spektren der Cassini-Raumsonde das Verständnis von Dynamik und Größenverteilung zu verbessern.



**Abbildung 1.1:** Links: Zeichnung von Christiaan Huygens nach einer Saturnbeobachtung im Dezember 1675. Hier ist schon ein Wolkenband auf der Oberfläche des Planeten, eine Zweiteilung des Ringes sowie der Schattenwurf des Planeten auf den Ring deutlich dargestellt. Rechts: Deutung der wechselnden Gestalten des Saturns im Teleskop durch Christiaan Huygens. Dabei handelt es sich um einen jahreszeitlichen Effekt des Ringsystems, der durch die Neigung der Ringebene zur Ekliptik hervorgerufen wird. So wird aus Sicht der Erde der Ring im Laufe eines Saturnjahres unter verschiedenen Winkeln gesehen (Systema Saturnium, Christiaan Huygens, 1759).

|                                |                         |
|--------------------------------|-------------------------|
| mittlerer Radius $R_S$         | 60 330 km               |
| Masse ( $M_S$ )                | $5.68 \cdot 10^{26}$ kg |
| mittlerer Abstand zur Sonne    | 9.6 AU                  |
| Umlaufzeit um die Sonne        | 29.5 a                  |
| Rotationsdauer                 | 10.8 h                  |
| Neigung der Achse zur Ekliptik | $26.7^\circ$            |
| magnetische Feldstärke         | $21.5 \mu\text{T}$      |

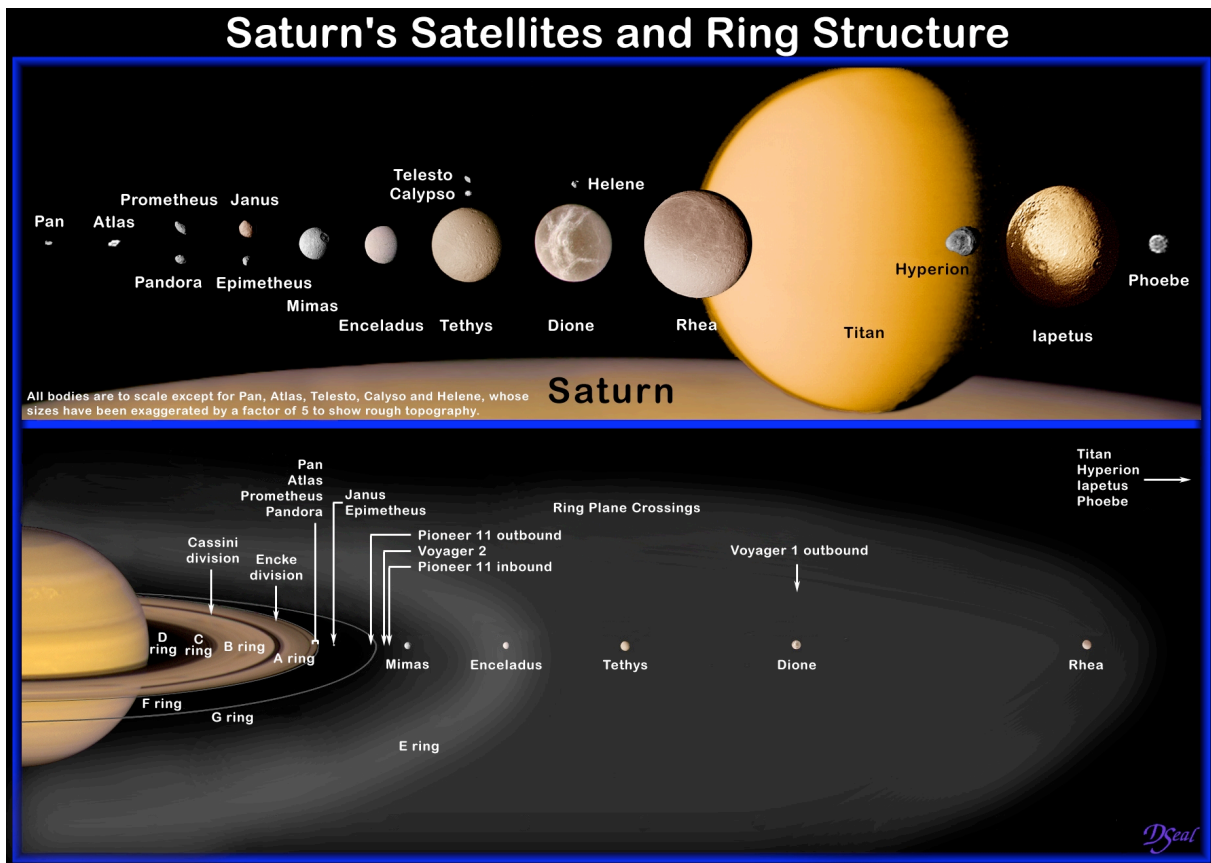
**Tabelle 1.1:** Eigenschaften und Daten des Saturn

Bisherige dynamische Simulationen der Staubverteilung basieren auf in-situ-Messungen des Cosmic Dust Analyzer (CDA), ihnen fehlt jedoch bislang die Verbindung zur Beobachtbarkeit im gestreuten Licht. Umgekehrt ist es meist nicht eindeutig und nur unter einer Reihe von Zusatzannahmen möglich, aus optischen Beobachtungen auf die physikalischen Staubeigenschaften zurückzuschließen. Hier soll der Versuch unternommen werden, den Bogen von den in-situ-Messungen des Staubes über numerische Simulationen seiner Verteilung bis hin zu optischen Beobachtungen zu schlagen und in ein konsistentes Gesamtbild zu setzen.

## 1.1 Das Saturnsystem

### 1.1.1 Saturn

Der Gasriese Saturn ist der zweitgrößte Planet in unserem Sonnensystem. Er ist der äußerste der im Altertum bekannten Planeten und sein Name geht auf die römische Gottheit Saturn, Vater des Jupiter, zurück. Seine Rotationsperiode von 10h 46m ist wie auch die von Jupiter



**Abbildung 1.2:** Monde und Ringe im Saturnsystem. In der oberen Darstellung sind die Größen der Monde maßstäblich dargestellt. Die untere Abbildung zeigt die Größe der einzelnen Ringe und der ins Ringsystem eingebetteten Mondorbits (NASA).

vergleichsweise kurz, weshalb Saturn eine deutlich sichtbare Abplattung zeigt. Diese führt dazu, dass sein Gravitationsfeld nicht kugelsymmetrisch ist, sondern ein starkes Quadrupolmoment  $J_2$  aufweist (Campbell und Anderson, 1989). Bemerkenswert ist weiterhin das nahezu dipolartige Magnetfeld des Planeten, dessen Symmetrieachse weniger als  $1^\circ$  gegenüber der Rotationsachse geneigt ist (Connerney, 1993). Diese beiden Eigenschaften spielen eine wichtige Rolle in der Dynamik und Struktur der diffusen Staubringe. Eine Zusammenstellung der physikalischen Eigenschaften des Saturn findet sich in Tab. 1.1.

### 1.1.2 Ringsystem

Saturn besitzt das größte und auffälligste Ringsystem im Sonnensystem (Abb 1.2). Es wird visuell von den optisch dicken A- und B-Ringen dominiert, welche erstmals im Jahre 1612 von Galileo beobachtet wurden. Sie sind durch die optisch dünne Cassinische Teilung voneinander getrennt, die nach ihrem Entdecker Giovanni Domenico Cassini benannt wurde. Weitere Ringe wurden in der Reihenfolge ihrer Entdeckung mit den Buchstaben C bis G benannt. Mit Aus-

## 1 Einleitung

nahme des E-Rings und des G-Rings wird die Dynamik aller Ringe durch häufige Stöße der die Ringe bildenden Eis- und Gesteinsbrocken bestimmt. Dies hat zur Folge, dass die vertikale Komponente der Geschwindigkeit verschwindend gering ist und die stoßdominierten Ringe eine vertikale Ausdehnung zwischen 10 m und 100 m besitzen.

Die vertikale Ausdehnung des E-Rings ist dagegen vergleichsweise groß. Er erreicht seine geringste vertikale Halbwertsbreite von 4200 km an der Enceladus-Bahn (Kempf et al., 2007) und weitet sich mit wachsendem Saturnabstand zunehmend auf. Mit einer Dichte von  $\sim 1 \text{ m}^{-3}$  ist der E-Ring als stoßfrei anzusehen. Die Bahn des Enceladus fällt mit dem dichtesten Teil des E-Rings zusammen, dessen Ausläufer mittlerweile bis zum Titan-Orbit nachgewiesen werden konnten. Der Eisvulkanismus auf Enceladus konnte durch Cassini-Beobachtungen als maßgebliche Quelle der E-Ring-Partikel ausgemacht werden (u.a. Kempf et al., 2010a).

Darüber hinaus wurde in optischen Beobachtungen ein extrem dünner, mit der Phoebe-Bahn assoziierter Ring nachgewiesen, der bis  $200 R_S$  verfolgt werden konnte (Verbiscer et al., 2009). In-situ-Messungen konnten diesen Ring jedoch nicht bestätigen.

### 1.1.3 Enceladus

Im Jahre 1789 von William Herschel entdeckt, war von dem Saturnmond Enceladus lange Zeit kaum mehr als seine Umlaufbahn bekannt. In Folge der Saturn-Vorbeiflüge der Voyager-Raumsonden 1980/81 stieg das Wissen über den Eismond in kurzer Zeit beträchtlich an. Die Nahaufnahmen offenbarten einen Mond, der in vielerlei Hinsicht außergewöhnlich ist (Smith et al., 1982): Eine Vielfalt an Terrainstrukturen ließ auf eine hohe geologische Aktivität schließen und mit einer Albedo von 0.99 besitzt er die hellste Oberfläche im Sonnensystem.

In die gleiche Zeit fällt auch die Arbeit von Baum et al. (1981), in der die Autoren mit Hilfe von erdgebundenen Beobachtungen nachwiesen, dass die Dichte des E-Rings am Enceladus-Orbit ein stark ausgeprägtes Maximum besitzt. Sie stellen einen engen Zusammenhang zwischen Enceladus und dem E-Ring her und schlagen von dem Mond ausgeworfenes Material als einen möglichen Mechanismus vor. Dynamische Betrachtungen zeigten des Weiteren, dass die Verweildauern von typischen E-Ring-Partikeln mit Größen im Mikrometerbereich einen steten Nachschub an Material erfordern, damit ein Ring langfristig stabil bleibt (Haff et al., 1983; Pang et al., 1984). Auch die in den 90er-Jahren mit dem *Hubble Space Telescope* entdeckte neutrale OH-Wolke (Shemansky et al., 1993) wies auf eine starke Quelle in der Nähe des Enceladus hin (Jurac, 2001). Dies konnte Cassini schon vor Eintritt in die Saturn-Umlaufbahn untermauern, als sich auf Übersichtsaufnahmen des Saturnsystems im Ultraviolettlicht atomarer Sauerstoff nachweisen ließ, der entlang der Enceladusbahn konzentriert ist (Esposito et al., 2005).

Obwohl es eine Vielzahl an Hinweisen auf eine Aktivität gab, war die Entdeckung des Eisvulkanismus auf Enceladus einer Reihe von glücklichen Zufällen zu verdanken. Ursprünglich waren während der Hauptmission nur drei nahe Enceladus-Vorbeiflüge geplant. Der zweite



|   |  |
|---|--|
| mittlerer Radius $R_{Enc}$ <sup>1</sup>     | $252.1 \pm 0.2 \text{ km}$                     |
| Masse ( $M_{Enc}$ ) <sup>2</sup>            | $1.08022 \pm 0.00101 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ |
| mittlere Dichte <sup>2</sup>                | $1.6096 \pm 0.0024 \text{ g cm}^{-3}$          |
| Albedo (Bond)                               | 0.99   |
| Große Halbachse der Umlaufbahn <sup>3</sup> | $238\,037 \text{ km} = 3.95 R_S$               |
| Umlaufzeit um den Saturn <sup>3</sup>       | 32.88 h  |
| Rotationsdauer <sup>3</sup>                 | synchron (32.88 h)                             |

**Tabelle 1.2:** Eigenschaften und Daten des Enceladus. Quellen: <sup>1</sup> Roatsch et al. (2009), <sup>2</sup> Jacobson et al. (2006), <sup>3</sup> Jacobson (2009)

Vorbeiflug, der für Staubmessungen vorgesehen war, wurde wegen des vermuteten Risikos für eine Beschädigung der Raumsonde durch große Staubpartikel mit der Antenne in Flugrichtung voraus durchgeführt, wodurch eine CDA-Messung unmöglich wurde.

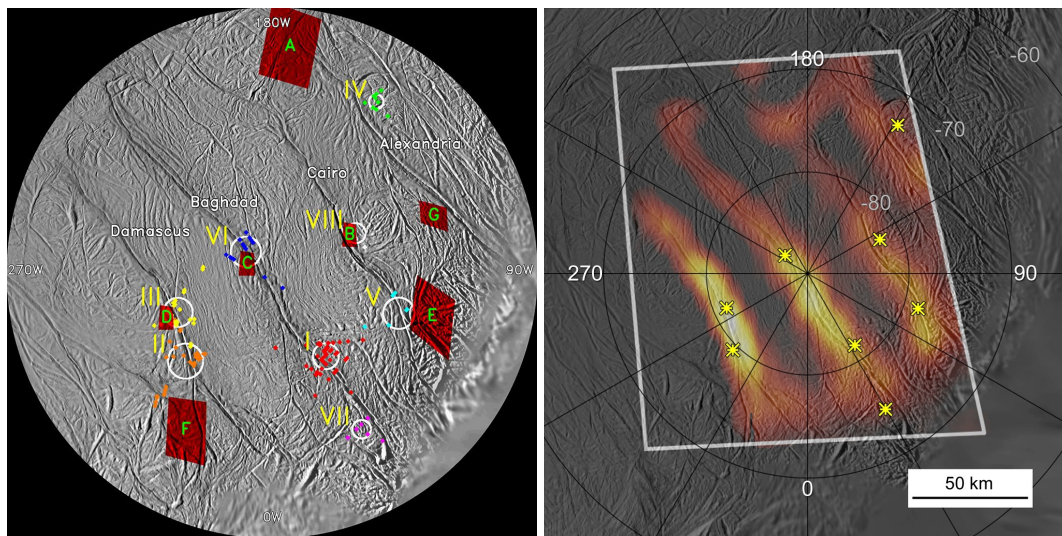
Starke Hinweise auf eine Aktivität gaben Magnetometermessungen von Dougherty et al. (2006), die während des ersten Enceladus-Vorbeiflugs eine Verdrehung des umgebenden Magnetfeldes feststellten. Diese Beobachtung ließ sich nur durch ein Hindernis für die Plasmaumgebung in Enceladusnähe erklären, welches deutlich größer als der Mond selbst ist.

Erst dank dieser Beobachtung wurde ein in großer Entfernung geplanter Vorbeiflug im Juli 2005 auf eine Höhe von 198 km über dem Südpol des Mondes abgesenkt. In Folge führte eine Reihe von unabhängigen Beobachtungen zur allgemeinen Anerkennung der Aktivität des Eismondes. Spencer et al. (2006) zeigten mit Hilfe des CIRS-Infrarotspektrometers, dass im Bereich des Südpols Oberflächentemperaturen von mindestens 145 K erreicht werden, die 75 K über den sonst üblichen 70 K liegen (Abb 1.3). Weitere Beobachtungen konnten zeigen, dass die Temperaturmaxima nahe den sogenannten *Tiger Stripes* liegen und Temperaturen bis hin zu 185 K belegen (NASA-Pressemitteilung; Spencer, pers. Mitteilung).

Staubmessungen mit dem Cosmic Dust Analyzer CDA haben gezeigt, dass die höchste Staubbichte nicht zum Zeitpunkt der größten Annäherung an Enceladus erreicht wurde, sondern eine Minute zuvor bei Überflug der Südpolregion (Spahn et al., 2006). Eine Staubproduktion durch Hochgeschwindigkeits-Einschläge, wie sie bis dahin für Enceladus angenommen wurde und schon an den Jupitermonden beobachtet wurde (z.B. Krüger et al., 1999), führt zu einer kugelsymmetrischen Verteilung. Damit wird eine zusätzliche lokale Staubquelle in diesem Bereich notwendig, um die Messung zu erklären.

Ebenso konnte das Massenspektrometer INMS dort eine Wolke aus Wasserdampf mit Beimengungen von CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, CO und N<sub>2</sub> nachweisen (Waite et al., 2006). Auch eine mit dem abbilden Ultraviolett-Spektrometer UVIS beobachtete Sternbedeckung deutete auf eine Wasserdampfatmosphäre nahe des Südpols hin, wohingegen eine frühere Okkultation nahe des Äquators keine Hinweise auf eine Atmosphäre zeigte (Hansen et al., 2006).

## 1 Einleitung

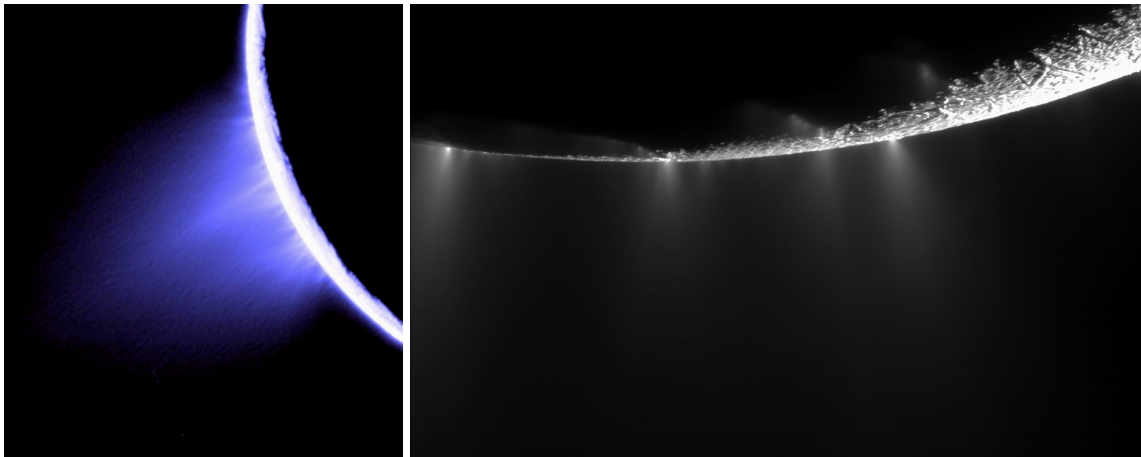


**Abbildung 1.3:** **Links:** Nahaufnahme der *Tiger Stripes* genannten Spalten am Enceladus-Südpol. Markiert sind zudem die durch Triangulation ermittelten Fußpunkte der einzelnen Geysir-Jets (Spitale und Porco, 2007). **Rechts:** Temperaturkarte der Tiger-Stripe-Region. Die Farbgebung entspricht der mit CIRS gemessenen Oberflächentemperatur zwischen 70 K und maximal 145 K. Hellere Farbtöne zeigen höhere Temperaturen an (Spencer et al., 2006).

All dies fügte sich zu einem Bild zusammen, in dem die *Tiger-Stripe*-Region durch aktive Eruptionen von Eispartikeln, Wasserdampf und weiteren Gasen den E-Ring mit Nachschub an Staub versorgt und Gas in den neutralen Torus emittiert. Zwei Jahre später konnten die *Jets* genannten gebündelten Ausströmungen direkt aus unterschiedlichen Blickwinkeln fotografiert werden, woraus mittels Triangulation ihre Fußpunkte und Ausströmrichtungen hergeleitet wurden (Spitale und Porco, 2007, Abb. 1.4). Diese dienen zusammen mit dem von Schmidt et al. (2008) vorgestellten Kondensationsmodell als Anfangsbedingungen für die in dieser Arbeit vorgestellten Simulationen von Partikeltrajektorien.

Analysen mit dem Massenspektrometer des CDA konnten belegen, dass ein Teil der Eispartikel aus der aktiven Region von Enceladus einen Anteil von Kochsalz im Prozentbereich besitzen (Postberg et al., 2009). Das ist ein starker Hinweis auf das Vorhandensein von flüssigem Wasser Zolotov (2007). Der Salzgehalt entsteht durch den Kontakt von flüssigem Wasser mit den Mineralen des Gesteinskerns, wie er in jedem Fall durch radioaktive Zerfallswärme auf dem jungen Mond zu erwarten ist.

Gefriert der Eismond im Laufe seiner frühen Entwicklung langsam von außen nach innen, verbleiben die vom Gesteinskern gelösten Ionen in der flüssigen Phase, während die anwachsende Eishülle salzfrei bleibt. Daher muss die feste Eisoberfläche des Mondes weitgehend salzfrei sein und bietet keinen plausiblen Mechanismus für die Erzeugung von salzhaltigen Partikeln. Um einen anhaltenden Strom von salzhaltigen Eispartikeln aus tieferen Schichten nach außen zu befördern, ist ein flüssiges Reservoir die einzige befriedigende Erklärung. Die



**Abbildung 1.4:** Aufnahmen der Enceladus-Eisfontänen im sichtbaren Licht mit dem Cassini-Instrument *ISS*. **Links:** Gesamtansicht des Plumes, in Falschfarben. Die Aufnahme stammt von der Cassini-Kamera *ISS* (Porco et al., 2006). **Rechts:** Nahaufnahme der Geysir-Region mit der *ISS*-Kamera. Deutlich ist zu erkennen, dass die Geysire entlang Linien auf der Oberfläche zu vorhangartigen Gebilden verschmelzen.

Dichte von  $1.61 \text{ g/cm}^3$  (s. Tab. 1.2) belegt, dass Enceladus differenziert sein muss und zusätzlich zu Wasser und Eis einen Gesteinskern besitzt.

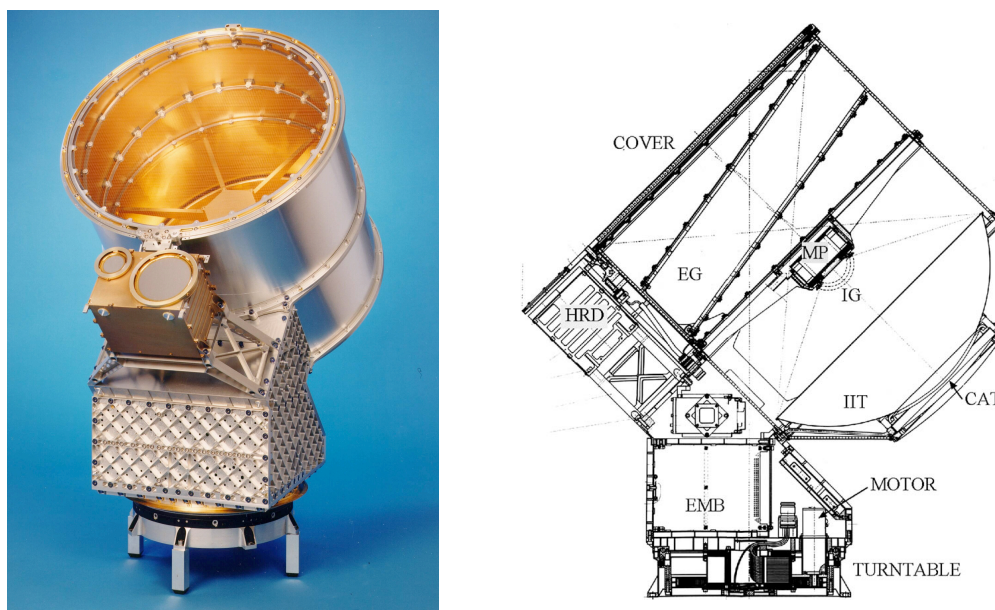
In der Fachliteratur haben sich zur Bezeichnung der Phänomene des Eisvulkanismus auf Enceladus die englischen Begriffe “Plume” für die gesamte von den Fontänen gebildete Struktur in Mondnähe sowie “Jets” für die einzelnen, in ihrer Breite begrenzten Fontänen eingebürgert. Diese sollen in dieser Arbeit ohne Übersetzung verwendet werden.

## 1.2 Die Cassini-Mission

Die gemeinsam von NASA und ESA entwickelte Raumsonde Cassini-Huygens ist die erste und bisher einzige Mission, die die umfassende Erforschung des Saturn-Systems zum Ziel hat. Dazu ist sie mit 12 Instrumenten ausgerüstet, die sich zur Hälfte in Fernerkundungs- und in-situ-Instrumente aufteilen. Kurz nach der Ankunft im Saturnsystem wurde am 14. Januar die von der ESA gebaute Atmosphärensonde Huygens auf der Oberfläche des Mondes Titan abgesetzt, die dort mit Hilfe eines Fallschirms landete. Während sie die dichte Hülle des Mondes durchquerte, untersuchte sie die physikalische Struktur und chemische Zusammensetzung der Titanatmosphäre und konnte erstmals Bilder von seiner Oberfläche zur Erde übertragen.

Cassini-Huygens begann seine Reise zum Saturn am 15. Oktober 1997 von Cape Canaveral mit einer Titan-IV-B-Rakete. Da deren Schub für eine direkte Bahn zum Saturn nicht ausreichte, musste Cassini-Huygens mit einer Reihe dichter Vorbeiflüge an Venus (26. April 1998 und 24. Juni 1999), Erde (18. August 1999) und am Jupiter (30. Dezember 2000) schrittweise

## 1 Einleitung



**Abbildung 1.5:** Der Cassini-Staubdetektor CDA (Srama et al., 2004). **Links:** Zustand des Instruments vor der Integration in die Raumsonde. **Rechts:** Schnitt durch das Instrument. EG – Eintrittsgitter, IG – Ionengitter, EMB – Elektronikbox, IIT – Einschlagstarget des Einschlagionsisationsdetektors IID, CAT – Einschlagstarget des Massenspektrometers CA

die Geschwindigkeit aufbauen, mit der sie bis zum Saturn gelangen konnte. Am 1. Juli 2004 schwenkte Cassini mit einer 96-minütigen Bremsung durch das Haupttriebwerk in den Saturnorbit ein. Ursprünglich für einen Betrieb bis 2008 ausgelegt, wurde die Cassini-Huygens-Mission zweimal verlängert und soll, sofern die Sonde funktionsfähig bleibt, bis 2017 weiterbetrieben werden, um die Entwicklung des Systems unter wechselnder Sonneneinstrahlung während eines halben Saturnjahres zu studieren.

### 1.2.1 Der Cassini-Staubdetektor CDA

Einen entscheidenden Beitrag zum Wissen über den Staub im Saturnsystem hat der Cassini-Staubdetektor *Cosmic Dust Analyzer*, kurz CDA, geleistet (Abb. 1.5). Seine Messungen bilden die Grundlage der in dieser Arbeit verwendeten Modelle. Daher soll hier sein Aufbau und seine Funktionsweise kurz umrissen werden. Eine genaue Beschreibung seiner Funktion findet sich in Srama et al. (2004).

Der CDA dient dazu, die physikalischen Eigenschaften (Geschwindigkeit, Masse, elektrostatische Ladung) sowie die chemische Zusammensetzung von auftreffenden Staubpartikeln zu bestimmen. Um ein möglichst breites Aufgabenspektrum abzudecken, gliedert er sich in zwei voneinander unabhängige Systeme: den Hochratendetektor HRD (*High Rate Detector*) sowie den Staubanalysator DA (*Dust Analyzer*). Da der DA aufgrund seiner komplexen Signalverarbeitung nur Einschlagsraten bis maximal  $1 \text{ s}^{-1}$  verarbeiten kann, wurde ihm mit dem HRD

ein einfacheres Instrument zur Seite gestellt, das mit bis zu  $10\,000\text{ s}^{-1}$  auch in den dichten Bereichen des E-Rings die erwarteten Raten bewältigen kann.

### Der Hochratendetektor HRD

Der HRD besteht aus zwei Polyvinylidenfluorid-Foliensensoren (PVDF) zum Staubnachweis. Das Material trägt eine Volumenpolarisation, die beim Durchtritt eines Staubteilchens mit Geschwindigkeiten  $> 1\text{ km s}^{-1}$  kurzzeitig lokal aufgehoben wird. Mittels Elektroden auf beiden Seiten der Folie wird die Depolarisation als kurzzeitiger Strompuls gemessen. Da die Pulsdauer im Bereich von Nanosekunden liegt, wird der zeitliche Verlauf des Pulses nicht aufgelöst; lediglich seine Gesamtladung wird registriert. Sie ist abhängig von der Masse des einschlagenden Teilchens sowie der Einschlagsgeschwindigkeit. Ist die Teilchengeschwindigkeit aufgrund der Raumschifftrajektorie bekannt, kann also seine Masse bestimmt werden.

Um eine hohe Sensitivität mit einem großen Messbereich zu koppeln, kommen im HRD zwei unabhängige Foliensensoren zum Einsatz. Der eine besteht aus einer  $28\text{ }\mu\text{m}$  dicken Folie mit einer Fläche von  $50\text{ cm}^2$  (M-Sensor), der andere aus einer  $6\text{ }\mu\text{m}$  dicken Folie mit  $10\text{ cm}^2$  Fläche (m-Sensor). Der HRD ist empfindlich für Teilchenmassen von  $8 \cdot 10^{-16}\text{ kg}$  bis  $8 \cdot 10^{-11}\text{ kg}$  und kann Einschlagsraten bis zu  $10\,000\text{ s}^{-1}$  verarbeiten. Die Kalibration der Sensoren wird bei Srama et al. (2004) und Kempf et al. (2007) beschrieben.

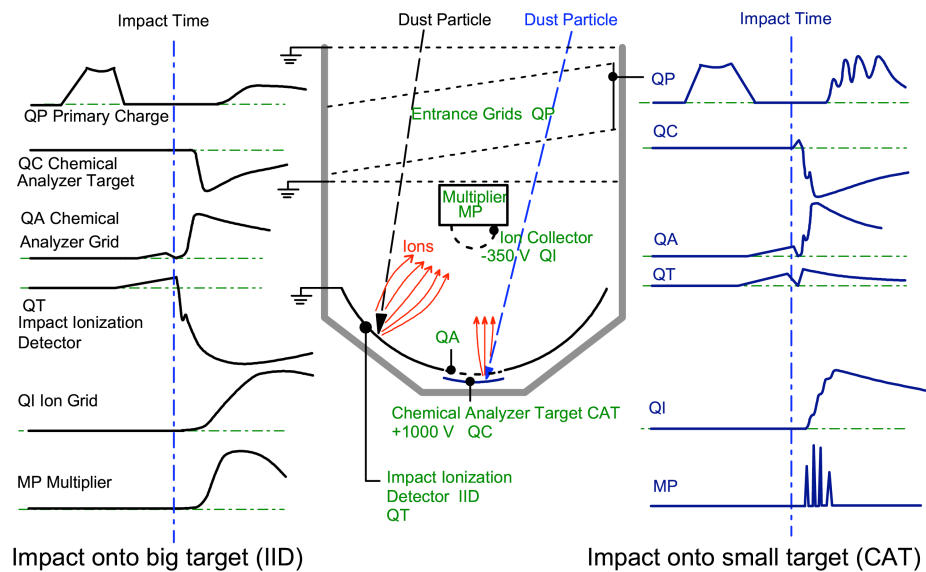
### Der Staubanalysator DA

Beim DA handelt es sich um einen Einschlagsionisations-Staubdetektor, mit dem auftreffende Staubteilchen nach Masse, Geschwindigkeit, elektrischer Ladung und chemischer Zusammensetzung untersucht werden können. Es handelt sich hierbei um eine Weiterentwicklung der Staubinstrumente auf Galileo und Ulysses (Grün et al., 1992a,b). Seine Empfindlichkeit erstreckt sich über einen Geschwindigkeitsbereich von  $1\text{ km s}^{-1}$  bis  $100\text{ km s}^{-1}$  und einen Massenbereich von  $5 \cdot 10^{-18}\text{ kg}$  bis  $1 \cdot 10^{-12}\text{ kg}$  bei einer nominellen Staubgeschwindigkeit von  $v_d = 20\text{ km s}^{-1}$ .

Nach Eintritt durch die Öffnung passiert ein Staubteilchen zunächst die Eintrittsgitter. Diese dienen dazu, mittels Influenz die elektrische Ladung zu bestimmen, die ein Staubteilchen aufgrund seiner Wechselwirkung mit dem Plasma und ionisierenden UV-Photonen typischerweise trägt (s. Kap. 2.3). Dazu sind insgesamt vier Gitter angebracht, von denen das vordere und das hintere parallel zur Eintrittsöffnung liegen und geerdet sind. Dazwischen befinden sich zwei zueinander parallele Gitter, die gegenüber der Eintrittsöffnung um  $9^\circ$  gekippt sind und mit einem gemeinsamen Verstärker verbunden sind, der das induzierte Ladungssignal mit einer zeitlichen Auflösung von  $6\text{ MHz}$  aufzeichnet. Anhand der Form der Ladungskurve können Fluggeschwindigkeit und -richtung gemessen werden (Abb. 1.6). Eine ausführliche Beschreibung der Ladungsmessung gibt (Auer et al., 2002).



## 1 Einleitung



**Abbildung 1.6:** Schematische Darstellung des *Cosmic Dust Analyzer*, kurz CDA (mittlere Abbildung) sowie typischer Datensätze für einen Einschlag auf das äußere Target IID (links) sowie auf das innere Target CAT (rechts). Srama et al. (2004)

Zentraler Bestandteil des DA ist das Target. Es besteht im äußeren Bereich aus einer konkaven, halbkugelförmigen Oberfläche aus Gold, welche im Zentrum für das *Chemical Analyzer Target* (CAT) aus Rhodium unterbrochen ist. Insgesamt besitzt das Target eine sensitive Fläche von  $0.1 \text{ m}^2$ , von denen das CAT  $0.007 \text{ m}^2$  einnimmt. Targetgröße und die Länge des Instruments legen den Öffnungswinkel des Instruments, unter dem ein Teilchen registriert werden kann, auf  $\pm 45^\circ$  fest.

Trifft ein Partikel mit hoher Geschwindigkeit und geeigneter Masse auf das Target auf, erzeugt dessen Einschlag eine Mischung aus Plasma, neutralem Gas und Bruchstücken des Staubteilchens und des Targetmaterials. Die Bestandteile werden durch elektrische Felder getrennt und anschließend an verschiedenen Elektroden und dem Multiplier gesammelt und elektronisch verstärkt. Findet der Einschlag im äußeren Bereich am *Impact Ionization Detector* (IID) statt, werden die positiven Plasmaionen direkt zum auf  $-350 \text{ V}$  liegenden *Ion Collector* am Multiplier beschleunigt.

An allen Gittern und Targets wird der zeitliche Verlauf der Ladungssignale gemessen. Mittels der Kalibrationsfunktion, die in Einschlagsexperimenten am Heidelberger Staubbeschleuniger ermittelt wurde, können daraus Masse und Geschwindigkeit des auftreffenden Staubteil-

chens bestimmt werden (Srama, 2000).

Um zudem eine chemische Analyse mittels Massenspektroskopie zu ermöglichen, liegt am CAT eine Spannung von 1000 V an, die die einfach positiven Ionen in Richtung des geerdeten, 3 mm über dem CAT liegenden Chemical Analyzer Grid beschleunigt. Da die zugeführte kinetische Energie unabhängig von der Ionenmasse ist, stellt die erreichte Geschwindigkeit und somit auch die Flugzeit zum Multiplier ein Maß für die Masse dar. Durch eine zeitlich aufgelöste Messung der auf dem Multiplier auftreffenden Ionen kann so ein Flugzeit-Massenspektrum des Impaktplasmas gemessen werden.

Durch diese Vorgehensweise ist die Massenauflösung bei einem Aufschlag auf dem CAT gegenüber dem IID deutlich erhöht. Sie ist zwar mit  $m/\Delta m \approx 20$  für leichtere Elemente wie Kohlenstoff und  $m/\Delta m \approx 40$  für schwerere Elemente immer noch gering, ermöglicht aber eine Untersuchung der mineralischen Zusammensetzung der gemessenen Staubpartikel.

### 1.2.2 Das abbildende Spektrometer VIMS

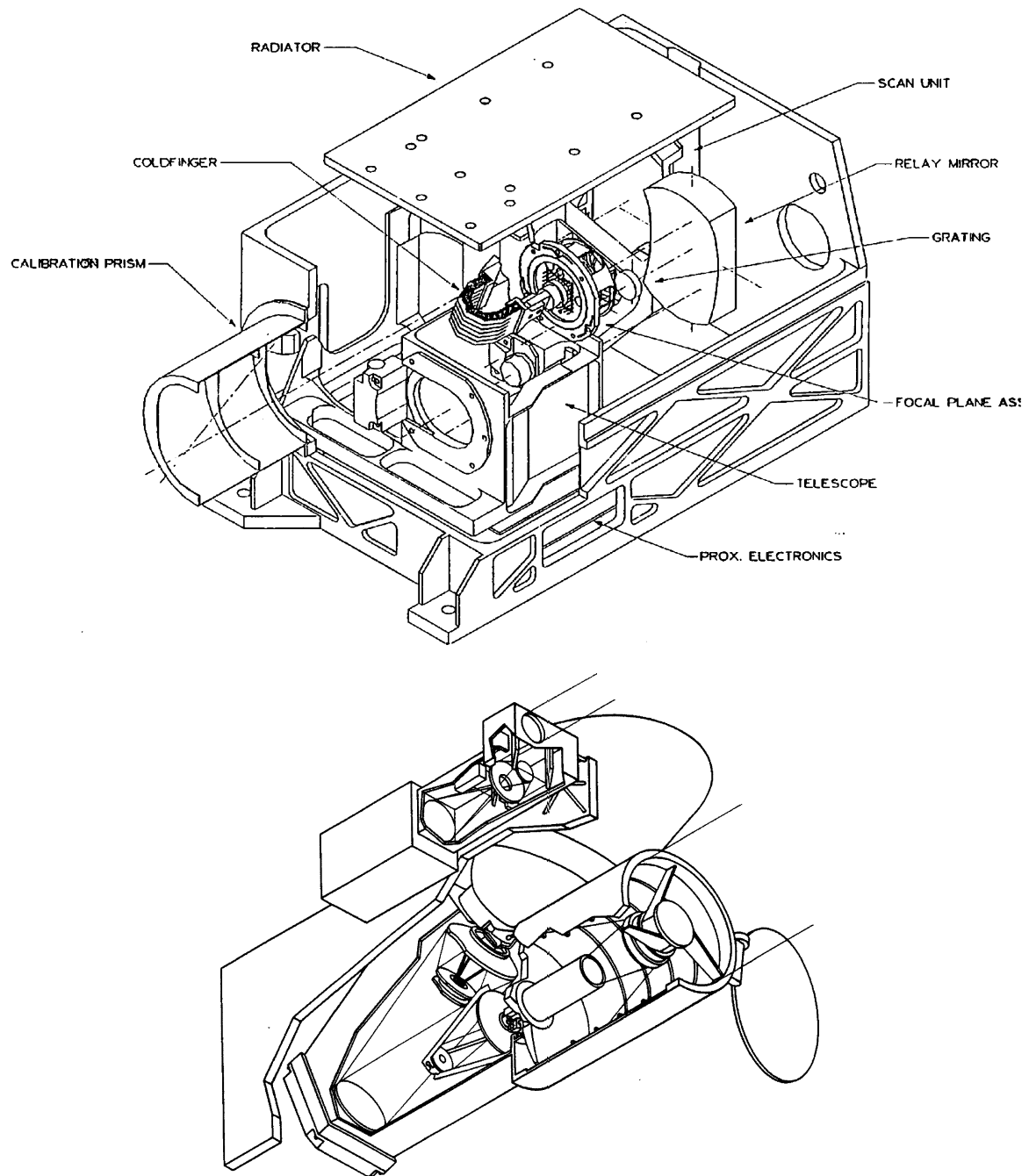
VIMS ist ein Spektrometer auf Cassini, das im sichtbaren wie im infraroten Licht räumlich aufgelöste Spektren aufnehmen kann. Mit  $64 \times 64$  Pixeln wird ein quadratisches Blickfeld von  $1.8^\circ$  Kantenlänge abgedeckt (im visuellen  $2.4^\circ$ ) und in jedem Pixel wird der spektrale Bereich von  $0.35 - 5.1 \mu\text{m}$  mit insgesamt 352 spektralen Intervallen abgetastet. Eine detaillierte Beschreibung des VIMS-Instruments findet sich bei Brown et al. (2004). Eine Schnittzeichnung des Instruments zeigt Abb. 1.7.

Diese Funktion wird durch ein Design mit zwei unabhängigen optischen Systemen für den visuellen ( $0.35 - 1.05 \mu\text{m}$ ) wie den infraroten (VIMS-IR,  $0.85 - 5.1 \mu\text{m}$ ) Spektralbereich erreicht. Das visuelle System VIMS-VIS basiert auf einem Shafer-Teleskop mit einem Öffnungsverhältnis von  $f/3.2$  als Objektiv, welches eine Abwandlung der Maksutov-Bauart darstellt. Im infraroten Spektralbereich (VIMS-IR) kommt ein Ritchey-Chrétien-System mit einer Blende von  $f/3.5$  zum Einsatz. VIMS-IR geht in seiner Bauweise auf das Instrument NIMS zurück, welches auf der Galileo-Sonde spektrale Beobachtungen im Jupitersystem durchgeführt hat (Carlson et al., 1992).

Sowohl das visuelle als auch das infrarote Teilinstrument besitzen in der Brennebene einen Spalt, der mit einer Kollimatoroptik auf den jeweiligen Sensor abgebildet wird. Im parallelen Strahlengang des Kollimators befindet sich ein Gitter, welches eine Dispersion senkrecht zur Spaltrichtung bewirkt.

In beiden Fällen kann ein zweidimensionales Bild nur durch zeitabhängiges Scanning des Objekts erreicht werden. VIMS-VIS besitzt einen zweidimensionalen Sensor. Die eine Achse des Sensors liegt in der Dispersionsrichtung, während die andere ein räumliches Abbild des Spalts darstellt. Zur Auflösung entlang der zweiten räumlichen Achse wird die Bewegung von Cassini auf seiner Trajektorie ausgenutzt, um unterschiedliche Bereiche des Zielobjekts am

## 1 Einleitung



**Abbildung 1.7:** *Oben:* Schnittzeichnung durch den visuellen Pfad von VIMS (VIMS-VIS).  
*Unten:* Der für das Infrarotlicht zuständige Teil von VIMS (VIMS-IR). Beides aus Brown et al. (2004).



Spalt in der Fokalebene vorbeiziehen zu lassen.

VIMS-IR besitzt dagegen nur einen eindimensionalen Sensor, welcher ein zusätzliches Scanning parallel zur Spaltrichtung erfordert. Dies wird durch einen beweglichen Sekundärspiegel des abbildenden Teleskops erzielt.

VIMS ist somit ein Instrument mit universeller Auslegung. Sehr unterschiedliche Beobachtungsziele der Cassini-Mission konnten sich die Fähigkeiten eines räumlich auflösenden Spektrometers zunutze machen. Die in dieser Arbeit verwendeten Aufnahmen nutzen lediglich die Infrarot-Kamera VIMS-IR. Dazu wurde auf bereits reduzierte Daten zurückgegriffen, sodass auf die Prozessierungsmethoden von VIMS-Daten hier nicht weiter eingegangen werden soll.

## 1.3 Einordnung und Ziel der Arbeit

Quantitative Untersuchungen der Enceladus-Jets mit Hilfe des in-situ-Staubdetektors *CDA* auf Cassini haben es erlaubt, die Größenverteilung des Staubs zu messen (Kempf et al., 2008), die Parameter für den wahrscheinlichsten Entstehungsprozess der Jets (Kondensation von Eiskpartikeln aus der Dampfphase) weitgehend festzulegen (Schmidt et al., 2008) und die Fortbewegung der Partikel im Jet dynamisch zu modellieren (Beckmann, 2008; Kempf et al., 2010a). Auf der anderen Seite stehen optische und Infrarot-Beobachtungen des Staubs über der aktiven Südpolregion, aus denen grobe Größenverteilungen abgeleitet werden konnten (Hedman et al., 2009).

Ziel dieser Arbeit ist es, diese beiden Seiten in einem konsistenten Modell miteinander zu verbinden. Aufbauend auf dynamischen Simulationen soll die Staubbichteverteilung modelliert werden und daraus Spektren und Intensitäten des gestreuten Lichts mit Hilfe der Mie-Streuung gewonnen werden. Im Vergleich mit existierenden Infrarotspektren sollen Unterschiede zwischen Modell und Beobachtung diskutiert werden, um die dem Modell zu Grunde liegenden Annahmen zu überprüfen.

Auf optischen Aufnahmen des Enceladusplumes zeigt sich das Streulicht wesentlich diffuser verteilt als es die Simulationen in Form einzelner Jets vorhersagt (Abb. 1.4). Diese Komponente wurde von Postberg et al. (2011) mit langsameren, größeren und salzreichen Teilchen in Verbindung gebracht. Hier soll versucht werden, sie mit Hilfe der modellierten Spektren aus den Beobachtungen zu isolieren und erstmals im Streulicht zu identifizieren.

## *1 Einleitung*

## 2 Dynamik

### 2.1 Übersicht

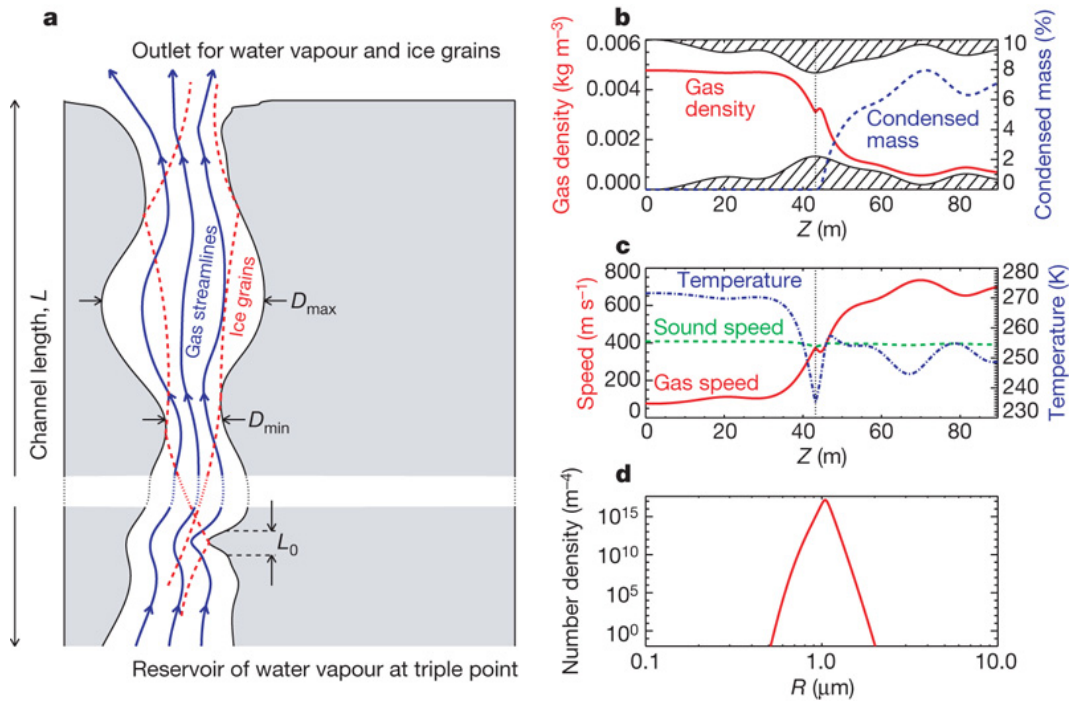
Ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist die Beschreibung der Dynamik der Eispartikel, die aus den Geysiren in der Südpolregion von Enceladus ausgestoßen werden. Um die Streuung von infrarotem und sichtbarem Licht an den Partikeln zu beschreiben, benötigt man zuerst ein Modell der räumlichen Verteilung des Staubs in Abhängigkeit von der Teilchengröße. Dazu wurde auf die Arbeiten von Beckmann (2008) und Schmidt et al. (2008) aufgebaut, deren Modelle in dieser Arbeit in angepasster und erweiterter Form verwendet wurden.

Ausgangspunkt für die Simulation von Eisteilchen im Plume ist die Beobachtung, dass sich die Partikel wesentlich langsamer bewegen als das ausströmende Gas. Die Gasgeschwindigkeit wurde anhand von Beobachtungen der Gasdichte zu 300 – 500 m/s bestimmt und liegt damit jenseits der Fluchtgeschwindigkeit von 240 m/s (Hansen et al., 2006; Tian et al., 2007). Die Eispartikel strömen dagegen zu einem erheblichen Teil mit Geschwindigkeiten unterhalb der Fluchtgeschwindigkeit aus, die zudem abhängig von der Teilchengröße sind (Hedman et al., 2009). Je größer die Teilchen sind, desto niedriger ist im Mittel ihre Geschwindigkeit an der Mondoberfläche.

Diese Abhängigkeit lässt sich erklären, wenn man annimmt, dass die Teilchen in engen Spalten vom Gasstrom beschleunigt werden, durch Kollision mit den Wänden zum Stillstand abgebremst werden und nachfolgend durch die Gasreibung wieder an den Gasfluss ankoppeln (Schmidt et al., 2008). Aufgrund ihres niedrigeren Verhältnisses von Querschnittsfläche zu Masse besitzen größere Partikel eine längere Kopplungszeit für die Beschleunigung im Gasstrom und weisen so im Mittel eine niedrigere Geschwindigkeit auf. Entscheidend für die Austrittsgeschwindigkeit ist also nur der Abstand des letzten Kollisionspunkts von der Oberfläche sowie die Thermodynamik des Gases und die Morphologie nahe der Oberfläche. Der Entstehungsprozess der Teilchen sowie deren Zusammensetzung haben keinerlei Auswirkung auf die beobachtbare Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Teilchengröße.

Die Autoren beschreiben dies in einem 1-dimensionalen Modell für ein Ensemble aus Kanälen mit randomisierten Wänden (siehe Abb. 2.1). Sie nehmen zusätzlich an, dass der Wasserdampf mittels homogener Nukleation, also ohne das Vorhandensein von Kondensationskeimen, zu Eispartikeln kondensiert. Daraus ergibt sich eine Häufigkeitsverteilung in Abhängigkeit des Radius und der Austrittsgeschwindigkeit der Teilchen. Die damit bestimmte Größen-Geschwindigkeitsverteilung bildet die Grundlage für die in dieser Arbeit berechneten Staubbichten (Abb. 2.2).

## 2 Dynamik



**Abbildung 2.1:** Illustration des hier verwendeten Entstehungsmodells der cryovulkanischen Eispartikel von Schmidt et al. (2008). Durch einen Kanal der Länge  $L$  mit zufällig erzeugtem Profilverlauf der Breite  $D$  mit  $D_{min} < D < D_{max}$  strömt Wasserdampf aus einem Reservoir am Tripelpunkt, der bei Sättigung zu Eispartikeln kondensiert (a). Dazu sind die verschiedenen modellierten physikalischen Größen (Gasdichte, Anteil kondensierter Materie, Temperatur, Schallgeschwindigkeit, Gasgeschwindigkeit) über der Kanallänge aufgetragen (b, c) sowie die für den gezeigten Fall resultierende Größenverteilung der kondensierten Partikel (d).

Aus optischen Beobachtungen der Südpolregion konnten Fußpunkte und Austrittsrichtung der am deutlichsten sichtbaren Fontänen bestimmt werden (Spitale und Porco, 2007). Dabei wurde ausgenutzt, dass sich Cassinis Blickwinkel während eines Vorbeifluges ändert und eine Triangulation der dreidimensionalen Lage möglich wurde. Damit sind die Anfangsbedingungen gegeben, um mittels numerischer Integration der Bewegungsgleichung ein Ensemble von Teilchen unterschiedlicher Größen, Austrittswinkeln und Geschwindigkeiten zu simulieren (Beckmann, 2008).

Da aufgrund der Lorentz-Kraft im Magnetfeld des Saturns auch die elektrische Ladung der Teilchen eine Rolle spielt, wurden zusätzlich zur Bewegungsgleichung auch die relevanten Ströme auf ein Teilchen und somit seine Ladung integriert.

Die Normierung des Staubflusses wurde durch die in-situ-Staubmessungen des HRD (*High Rate Detektor*) auf Cassini beim Vorbeiflug im Juli 2005 festgelegt (Spahn et al., 2006; Schmidt et al., 2008). Dabei ergibt sich ein Gesamtstaubfluss von 5 kg/s.

So konnten schließlich unter Berücksichtigung aller bekannten Kräfte räumliche Dichteverteilungen und Aufschlagsraten auf der Mondoberfläche in Abhängigkeit von der Teilchengröße gewonnen werden. Die theoretischen Hintergründe und die numerische Durchführung der Modellrechnungen sollen in diesem Kapitel näher beleuchtet werden.

## 2.2 Kondensationsprozess und Größenverteilung

Zur Beschreibung des Eisvulkanismus auf Enceladus folgt diese Arbeit im Wesentlichen dem Bild, welches Schmidt et al. (2008) zeichnen. Unter der Eiskruste des Enceladus gibt es ein Reservoir flüssigen Salzwassers nahe dem Tripelpunkt, das stetig verdampft und dabei durch den Siedeprozess feine Wassertröpfchen in die Höhe reißt. Das führt dazu, dass der verdunstende Wasserdampf nahezu salzfrei ist, während die mitgerissenen Tröpfchen einen Salzgehalt gleich dem des Wasserreservoirs besitzen.

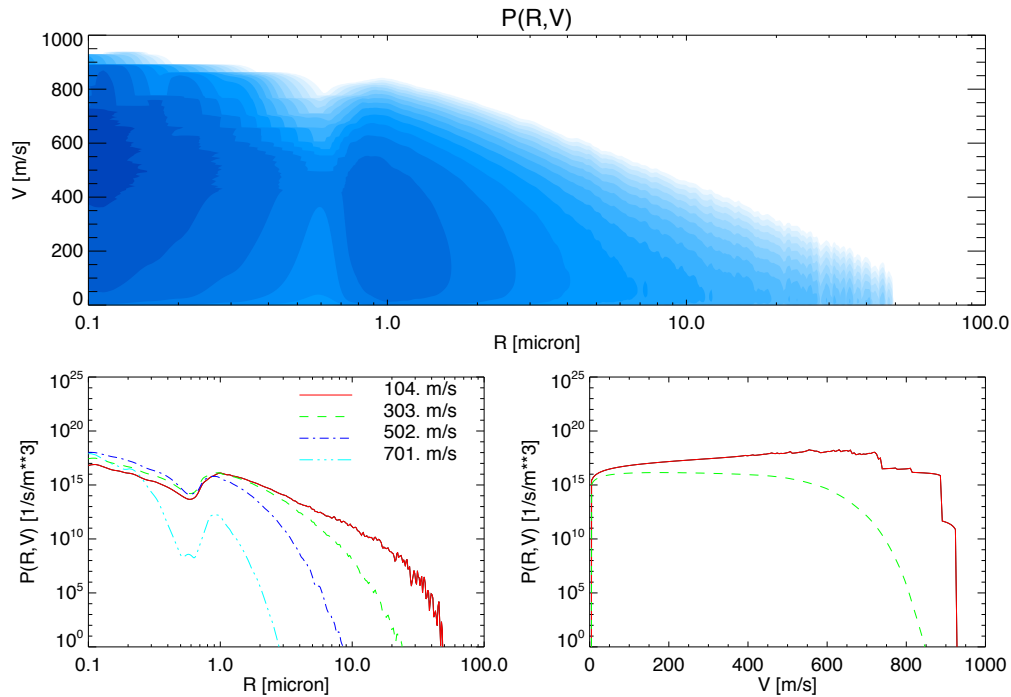
Dieses Gemisch aus Wasserdampf und Tröpfchen steigt in Kanälen zur Oberfläche auf, in denen es abkühlt, die Tröpfchen gefrieren und der Wasserdampf zu Eiskpartikeln kondensiert. Letzterer Prozess wird von Schmidt et al. (2008) in einem Ensemble aus randomisierten Eiskanälen simuliert. Dabei wurde das Vorhandensein von Kondensationskeimen in Form der Wassertröpfchen vernachlässigt und lediglich die homogene Nukleation mit anschließendem Partikelwachstum berücksichtigt.

Da die Eiskanäle, in denen das Gemisch aufsteigt, lang und schmal sein müssen, stoßen die Eiskpartikel häufig mit den Wänden. Es wird angenommen, dass bei solch einem Stoß ein Partikel zum Stillstand kommt und vom strömenden Gas wieder mitgerissen und beschleunigt wird. Je kleiner die Partikel sind, desto schneller können sie wieder die Geschwindigkeit des Gasstroms erreichen. So erhalten Teilchen verschiedener Größe im Mittel unterschiedliche Geschwindigkeiten.

Damit ist es möglich zu erklären, warum die beobachteten Eiskpartikel mit Geschwindigkeiten von typischerweise  $100\text{ms}^{-1}$  die Kanäle sehr viel langsamer verlassen als das Gas, dessen Ausströmgeschwindigkeit aus UVIS-Messungen zu  $300 - 500\text{ms}^{-1}$  bestimmt wurde (Tian et al., 2007). Da große Partikel die Spalten im Mittel mit einer niedrigeren Geschwindigkeit verlassen als kleinere, fällt auch ein größerer Anteil von ihnen wieder auf den Mond zurück und die Scheitelpunkte ihrer Bahnen liegen näher an der Oberfläche. Dies führt effektiv zu einer Schichtung der Eisfontänen nach Teilchengrößen. Ebenso kann erklärt werden, warum die Geschwindigkeit der Staubpartikel (Spahn et al., 2006; Porco et al., 2006; Hedman et al., 2009) erheblich geringer ist als die des Gases (Hansen et al., 2006; Tian et al., 2007).

Die aus diesen Simulationen folgenden Größen-Geschwindigkeits-Verteilungen werden hier verwendet, um die Gewichtung der unterschiedlichen Teilchengrößen und -geschwindigkeiten bei der Berechnung der räumlichen Dichte festzulegen.

## 2 Dynamik



**Abbildung 2.2:** Modellerte Geschwindigkeits-Größen-Verteilung der in den Fontänen erzeugten Eispartikel (Schmidt et al., 2008, supplementary material).

**Oben:** Die Erzeugungsrate in Abhängigkeit von der Teilchengröße und -geschwindigkeit. Dunklere Partien entsprechen dabei einer höheren Teilchenanzahl, die Schattierung ist logarithmisch abgestuft.

**Unten:** Schnitte durch die Verteilung bei verschiedenen Geschwindigkeiten (links) und verschiedenen Teilchengrößen (rechts).

## 2.3 Die elektrische Ladung eines Staubteilchens

In einem Umfeld wie dem E-Ring des Saturn gibt es verschiedene Mechanismen, die eine Änderung der Ladung  $Q_d$  eines Staubteilchens bewirken. Kollisionen mit Ionen und Elektronen des Plasmas haben einen positiven beziehungsweise negativen Ladungseintrag zur Folge. Energiereiche Stöße mit Plasmaionen und -elektronen können zudem Sekundärelektronen herauslösen. Auch das Auftreffen solarer UV-Photonen löst Elektronen von der Oberfläche eines Staubteilchens.

Zur Beschreibung der einzelnen Beiträge wird in dieser Arbeit im Wesentlichen die Darstellung von Kempf et al. (2006) verwendet, die im Folgenden kurz umrissen wird. Alle hier relevanten elektrischen Ströme auf ein Staubteilchen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$\frac{d}{dt}Q_d = J_e(\phi_d(t)) + J_i(\phi_d(t)) + J_{\text{sec}}(\phi_d(t)) + J_v(\phi_d(t)), \quad (2.1)$$

### 2.3 Die elektrische Ladung eines Staubteilchens

wobei  $J_e$ ,  $J_i$ ,  $J_{\text{sec}}$  und  $J_v$  jeweils die Ströme durch das Einsammeln von Elektronen und Ionen sowie die Emission von Elektronen als Sekundärelektronen und durch Photoionisation beschreiben. Dabei hängt die Stromstärke von den Materialeigenschaften des Staubkorns, der Relativgeschwindigkeit gegenüber dem Plasma, den Eigenschaften des umgebenden Plasmas, dem Radius  $R_d$  des Staubkorns wie auch dem momentanen Potential  $\phi_d$  des Teilchens ab (Whipple, 1981; Horányi, 1996).

In Saturnnähe ist der Photoionisationsstrom auf ein kugelförmiges Staubkorn gegeben durch

$$J_v = 3.3 \cdot 10^{12} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1} e \pi R_d^2 \kappa \begin{cases} 1 & \text{für } \chi_v < 0 \\ e^{-\chi_v} & \text{für } \chi_v \geq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

(Horányi, 1996), mit  $\chi_v = e\phi_d/kT_v$ , der Elementarladung  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}$  und der Boltzmann-Konstante  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{J K}^{-1}$ .  $T_v = 2.5 \text{eV}$  ist die mittlere Energie der Photoelektronen und  $\kappa \approx 0.1$  die photoelektrische Effizienz für Eispartikel.

Nimmt man für die Elektronen und die Ionen des Plasmas eine Maxwell-Verteilung an, ist der Strom auf ein Teilchen, das relativ zum Plasma in Ruhe ist, gegeben durch

$$J_{e,i} = J_{e,i}^0 \begin{cases} 1 - \chi_{e,i} & \text{für } \chi_{e,i} \leq 0 \\ e^{-\chi_{e,i}} & \text{für } \chi_{e,i} \geq 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

(Whipple, 1981), wobei  $J_{e,i}^0 = \pm e \pi R_d^2 n_{e,i} \bar{v}_{e,i}$  und  $\chi_{e,i} = \pm \frac{e\phi_d}{kT_{e,i}}$ . Des Weiteren sind  $n_{e,i}$  und  $\bar{v}_{e,i}$  die Anzahldichte und die mittlere thermische Geschwindigkeit der Plasma-Elektronen und -Ionen.

Der Strom der Sekundärelektronen  $J_{\text{sec}}$  spielt im E-Ring eine wichtige Rolle. Da er nur schwer exakt zu berechnen ist, wurde hier die empirische Beziehung

$$J_{\text{sec}} = -3.7 \delta_m J_e^0 e^{-\chi_e} \begin{cases} F_5(E_m/4kT_e) & \text{für } \chi_e \geq 0 \\ F_{5,B}(E_m/4kT_e)(1 - \chi_s)e^{\chi_s} & \text{für } \chi_e \leq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

verwendet, mit  $B = (-\chi_e/E_m/4kT_e)^{1/2}$ ,  $\chi_s = -e\phi_d/kT_s$  und der mittleren Energie der Sekundärelektronen  $kT_s \sim 2 \text{eV}$ . Dabei ist

$$F_{n,B}(x) = x^2 \int_B^\infty y^n e^{-(xy^2+y)} dy \quad (2.5)$$

mit  $F_n(x) = F_{n,0}(x)$  (Meyer-Vernet, 1982; Horányi, 1996).

Die Produktion von Sekundärelektronen  $\delta = J_{\text{sec}}/J_e$  erreicht ihr Maximum,  $\delta_m$ , für eine bestimmte Energie  $E_m$  der auftreffenden Elektronen (Sternglass, 1957).

Im Gleichgewicht verschwindet die Summe der Ströme auf das Teilchen und das Gleichgewichtspotential  $\phi_d$  ist nahezu unabhängig von der Staubkorngröße  $R_d$ . Da in den hier durchgeführten Simulationen der Strom auf ein Teilchen entlang seiner Trajektorie numerisch integriert

## 2 Dynamik

wird, können auch Nichtgleichgewichtszustände korrekt behandelt werden.

Die Ladung eines Teilchens mit dem elektrostatischen Potential  $\phi_d$  hängt auch von dessen Morphologie ab. Für kugelförmige Teilchen ist der Zusammenhang zwischen  $Q_d$  und  $\phi_d$

$$Q_d = 4\pi\epsilon_0 R_d \phi_d, \quad (2.6)$$

sofern der Staubkornradius  $R_d$  klein gegen die Debye-Länge des Plasmas ist. Dabei ist  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$  die Permittivität des Vakuums.

Prinzipiell lassen sich auch andere Teilchenmorphologien beschreiben, doch wie im Kapitel “Kondensationsprozess” diskutiert, ist die annähernde Kugelform eine plausible Annahme.

## 2.4 Bewegungsgleichung eines Staubteilchens

### 2.4.1 Relevante Kräfte

Die Bewegung eines Ringteilchens wird nicht nur durch die Gravitationskraft des Planeten Saturn und des emittierenden Mondes Enceladus, sondern auch durch elektromagnetische Kräfte aufgrund des rotierenden Saturnmagnetfelds, Reibungskräfte gegenüber dem korotierenden Plasma und Wechselwirkung mit der Strahlung der Sonne bestimmt.

Ausgangspunkt einer jeden Bahnbewegung um einen Himmelskörper ist das Newtonsche Gravitationsgesetz. Wie Kepler herausgefunden hat, entspricht die Bahn im Fall zweier Punktmassen den Kegelschnitten, in deren Brennpunkt der Massenschwerpunkt liegt. Sind alle weiteren wirksamen Kräfte klein im Vergleich zur Gravitation einer Punktmasse, lässt sich das Problem oftmals mittels Störungsrechnung auf eine Lösung des Zweikörperproblems zurückführen. Dessen Bahnelemente sind in diesem Fall nicht mehr konstant, sondern unterliegen einer zeitlichen Entwicklung. Die dabei für einen bestimmten Zeitpunkt verwendeten Bahnelemente bezeichnet man als *Oskulierende Elemente*.

Da im hier interessierenden Bereich die Gravitationsbeschleunigung von Saturn und Enceladus ähnlich groß sind, lässt sich solch ein Ansatz nicht verfolgen. Es ist daher nötig, alle Kräfte schrittweise zu berechnen und numerisch zu integrieren.

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die Berücksichtigung der einzelnen Anteile in der numerischen Simulation gegeben werden.



### Gravitation

Aufgrund der starken Abplattung des Saturn ist eine Beschreibung seiner Gravitation durch eine Punktmasse unzureichend. Daher wurde zusätzlich das Quadrupolmoment  $J_2$  der Massenverteilung berücksichtigt

$$\mathbf{a}_s = -\frac{GM_S}{r^3} \left[ \left( 1 - \frac{3}{2} J_2 \left( \frac{R_S}{r} \right)^2 (5 \cos^2 \theta - 1) \right) \mathbf{r} - 3 J_2 \left( \frac{R_S}{r} \right)^2 r_z \mathbf{e}_z \right]. \quad (2.7)$$

Dabei bezeichnet  $M_S$  die Masse und  $R_S$  den Radius des Planeten Saturn. Ein von Null verschiedenes  $J_2$ -Moment bedeutet also, dass die Kugelsymmetrie bezüglich  $\theta$  gebrochen ist. Die Anteile  $\propto r^{-4}$  führen zu einer Abweichung vom reinen  $r^{-2}$ -Potential und rufen somit eine Präzession der elliptischen Teilchenbahnen hervor.

### Elektromagnetische Kräfte

Im Allgemeinen sind E-Ring-Teilchen elektrisch geladen. Daher gilt es, auch die auf sie wirkende Lorentz-Kraft im Magnetfeld des Saturns zu berücksichtigen. Ein relativ zum Schwerpunktsystem des Saturn mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  bewegtes Teilchen mit der Masse  $m_d$  und der Ladung  $Q_d$  erfährt dabei die Beschleunigung

$$\mathbf{a}_{EM} = \frac{Q_d}{m_d} ((\mathbf{v} - (\boldsymbol{\Omega}_S \times \mathbf{r})) \times \mathbf{B}_S(\mathbf{r})) = \frac{Q_d}{m_d} (\mathbf{E}_c(\mathbf{r}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_S(\mathbf{r})), \quad (2.8)$$

wobei  $\boldsymbol{\Omega}_S$  die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Saturn-Magnetfelds  $\mathbf{B}_S$  und

$$\mathbf{E}_c = -(\boldsymbol{\Omega}_S \times \mathbf{r}) \times \mathbf{B}_S \quad (2.9)$$

das durch die Korotation der Plasmasphäre induzierte, radial nach außen gerichtete elektrische Feld ist, welches an den Staubteilchen Arbeit leistet. Im Falle von kleinen Teilchen  $r \lesssim 50 \text{ nm}$ , die im E-Ring positiv geladen sind, führt dies zu einer Beschleunigung nach außen auf Zeitskalen von Tagen, woraufhin sie das Saturnsystem als Stromteilchen verlassen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird für das Magnetfeld des Saturns das Z3-Modell (Connerney, 1993) zu Grunde gelegt. Eine Beschreibung der verwendeten Parametrisierung findet sich in Beckmann (2008).

### Kräfte aufgrund des Strahlungsdrucks

Die Sonnenstrahlung übt grundsätzlich auf zwei unterschiedliche Weisen eine Kraft auf ein Staubteilchen aus. Der Strahlungsdruck im eigentlichen Sinne bewirkt einen Impulsübertrag von den absorbierten Photonen parallel zum Lichteinfall. Der Poynting-Robertson-Effekt dagegen bewirkt eine Kraft senkrecht zur Lichteinfallrichtung, die der Bewegungsrichtung des Staubteilchens entgegengerichtet ist. Er kommt dadurch zustande, dass die Sonneneinstrahlung

## 2 Dynamik

im Bezugssystem des Teilchens zur Vorwärtsrichtung hin relativistisch gebündelt wird und somit der Geschwindigkeit entgegenwirkt. Da dieser Effekt eine um den Faktor  $v/c$  schwächere Kraft als der Strahlungsdruck auf das Teilchen ausübt, ist er auf den hier betrachteten Zeitskalen von  $\sim 2$  d und für die hier relevanten Geschwindigkeiten von  $v \lesssim 30$  km/s (also  $v/c \lesssim 0.0001$ ) praktisch vernachlässigbar.

Die resultierende Beschleunigung durch den Strahlungsdruck (RP, Radiation Pressure) und den Poynting-Robertson-Effekt (PR) ist

$$\mathbf{a}_{RP/PR} = \frac{3SQ_{pr}}{4\rho_d c r_d} \left[ \underbrace{\mathbf{s}}_{RP} - \underbrace{\left( \left( \frac{\mathbf{v}}{c} \cdot \mathbf{s} \right) \cdot \mathbf{s} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right)}_{PR} \right] \quad (2.10)$$

(Burns et al., 1979). Hier ist  $S$  die Energieflussdichte des Strahlungsfeldes,  $Q_{pr}$  der Strahlungsdruckkoeffizient,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\mathbf{s}$  der Einheitsvektor der Verbindungslinie zwischen Sonne und Teilchen.

Für die hier durchgeführten Simulationen von Staubtrajektorien in der Umgebung des Enceladus wurden diese Beiträge nicht berücksichtigt, da ihre Auswirkung für die simulierten Flugzeiten von maximal 48 Stunden vernachlässigbar ist.

### Plasmareibung

Auch die Wechselwirkung mit dem im Saturnsystem vorhandenen Plasma und Neutralgas übt eine Kraft auf die Staubpartikel aus. Sowohl direkte Stöße als auch die Coulomb-Kraft der Ionen bewirken einen Impulsübertrag auf das elektrisch geladene Staubteilchen.

Das Plasma ist im inneren Saturnsystem an das Saturnmagnetfeld gebunden und folgt näherungsweise der Rotation des Planeten. Da dieser mit einer Periode von 10h 47m deutlich schneller rotiert als ein Körper auf einer Kreisbahn in Enceladus-Entfernung (32h), führt die Plasmareibung den von Enceladus ausgehenden Staubteilchen Energie zu. Dies führt zu einem langsamen Anwachsen der großen Halbachse.

Die Beschleunigung eines Teilchens aufgrund der Reibung mit einer Gas-/Plasmapopulation der Dichte  $n$  und der Temperatur  $T$  ist

$$\mathbf{a}_{PD} = -\frac{3nk_bT}{2r_d\rho_d} \left( \left( M + \frac{1}{2M} \right) \frac{\exp(-M^2)}{\sqrt{\pi}} + \left( M^2 + 1 - \frac{1}{4M^2} \right) \text{erf}(M) \right) \frac{\mathbf{v}_P}{v_P} \quad (2.11)$$

(Birmingham und Northrop, 1979; Banaszkiewicz et al., 1994), wobei  $M$  die Machzahl des Teilchens und  $\mathbf{v}_P$  die Geschwindigkeit des Teilchens relativ zum umgebenden Plasma ist.

Aufgrund der viel geringeren Masse der Elektronen ist deren Beitrag zur Plasmareibung vernachlässigbar. Daher wurden hier nur die Plasmakomponenten der Protonen und der schweren

Ionen für die Berechnung der Beschleunigung durch Plasmareibung berücksichtigt.

Grundsätzlich spielen jedoch nicht nur direkte Stöße der Staubteilchen mit Plasmabestandteilen eine Rolle, sondern auch die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Plasmaionen und den elektrisch geladenen Teilchen. Deren Anteil an der Beschleunigung dominiert für Machzahlen  $M \ll 1$ , wird jedoch bei  $M \gtrsim 1$  vernachlässigbar (Morfill und Grün, 1979; Northrop und Birmingham, 1990). Da letzteres für die hier betrachteten Teilchen im Bereich der Enceladus-Bahn erfüllt ist, wurde die Coulomb-Reibung des Plasmas nicht berücksichtigt (Beckmann, 2008).

### 2.4.2 Weitere Effekte

Kollisionen mit Plasmaionen führen nicht nur zu einem Impuls- und Ladungsübertrag auf die Staubteilchen, sie können auch Atome oder Moleküle aus der Oberfläche des Teilchens mittels Sputtering herausschlagen. Unter den hier betrachteten Bedingungen des E-Rings bringen jedoch nur die schweren Ionen die dazu nötige Energie mit. Daher bestimmen hier die Wassergruppenionen ( $\text{H}_2\text{O}^+$ ,  $\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^+$ ) die Höhe der Sputterraten und es reicht, allein diese zu berücksichtigen.

Für den hier simulierten Zeitraum von 48 h kann dieser Effekt vollständig vernachlässigt werden.

## 2.5 Numerische Methoden

Hiermit sind nun alle Bestandteile der Bewegungsgleichung mathematisch formuliert. In diesem Abschnitt sollen die Methoden und Daten diskutiert werden, die zur numerischen Lösung des Problems verwendet wurden.

Das zum Einsatz kommende Verfahren ist dreistufig angelegt. Zunächst werden für verschiedene Anfangsbedingungen Trajektorien der Teilchen numerisch integriert. Dabei soll der Raum an möglichen Anfangsbedingungen hinreichend gut abgedeckt werden. In einem Koordinatensystem, dessen Ursprung im Mittelpunkt von Enceladus liegt, wird in einem zweiten Schritt ein Quader von  $-1000\text{ km} \leq x \leq 1000\text{ km}$ ,  $-1000\text{ km} \leq y \leq 1000\text{ km}$  und  $-3000\text{ km} \leq z \leq 1000\text{ km}$  betrachtet, der in Kuben der Seitenlänge  $\Delta = 10\text{ km}$  unterteilt ist. Hierin können nun die Aufenthaltsdauern  $t_{ijk}$  aller simulierten Teilchen dreidimensional festgehalten werden und zwar gesondert für jeden Startort  $\mathbf{r}_0$ , für jede Startgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_0$  und jede Teilchengröße  $s_d$ , wobei die Indices  $i, j, k$  den Würfel mit den Koordinaten  $(x_{\min} + i\Delta, y_{\min} + j\Delta, z_{\min} + k\Delta)$  bezeichnen. Mit einer Produktionsrate  $\dot{N}$  (gemessen in  $\text{s}^{-1}$ ) erhält man so die Anzahldichte von Teilchen der Größe  $s_d$  als

$$n_{ijk}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, s_d) = \dot{N}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, s_d) t_{ijk}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, s_d) \Delta^{-3}. \quad (2.12)$$

| Jet | Breite | Länge | Zenitwinkel | Azimut |
|-----|--------|-------|-------------|--------|
| A1  | -72.9  | 31.3  | -3.7        | -110.0 |
| B1  | -81.5  | 147.2 | -9.7        | -228.8 |
| B2  | -87.1  | 308.6 | -10.2       | -187.6 |
| B3  | -74.6  | 150.2 | -20.8       | -352.5 |
| C1  | -78.6  | 107.7 | -6.0        | -229.8 |
| C2  | -82.1  | 64.5  | -6.8        | -127.7 |
| D1  | -79.4  | 224.5 | -6.8        | -93.8  |
| D2  | -81.3  | 247.2 | -30.2       | -83.2  |
| D3  | -79.4  | 224.5 | -16.8       | -93.8  |
| D4  | -79.4  | 224.5 | -16.8       | -75.0  |

**Tabelle 2.1:** Die für die Simulation verwendeten Positionen der einzelnen Jets in der aktiven Südpolregion des Enceladus (Spitale und Porco, 2007). Alle Angaben in Grad.

Durch die Verwendung dieser Datenbank, in der die räumlichen Verteilungen der Aufenthaltsdauern für alle Anfangsbedingungen einzeln gespeichert sind, können räumliche Dichteverteilungen für unterschiedliche Größen- und Geschwindigkeitsverteilung berechnet werden, ohne die aufwändige numerische Integration wiederholen zu müssen.

Im Folgenden sollen die Durchführung der numerischen Integration, die verwendete automatische Schrittweitenanpassung sowie die Kollisionsprüfung mit der Enceladus-Oberfläche näher beleuchtet werden. Weiterhin werden einzelne Optimierungen der Ausführungsgeschwindigkeit beschrieben.

### 2.5.1 Anfangsbedingungen

Für die Durchführung der oben beschriebenen numerischen Integration ist es notwendig, sinnvolle Anfangsbedingungen für die Orts- und Geschwindigkeitsvektoren der beteiligten Körper zu wählen. Der Vergleichbarkeit wegen soll auch hier der schon von Beckmann (2008) verwendete Startzeitpunkt 1.1.2006 verwendet werden. Dadurch sind Position, Geschwindigkeit und Rotationszustand des Mondes Enceladus festgelegt, welcher die Quelle der Teilchen darstellt.

Relativ zu dessen Bewegungsvektor wird nun die Bewegung jedes betrachteten Stauteilchens initialisiert. Seine Anfangsposition bestimmt sich aus der Position der jeweils betrachteten Jetquelle im dreidimensionalen Raum (Tab. 2.1). Die Geschwindigkeit setzt sich zusammen aus der Bahngeschwindigkeit des Mondes, der Rotationsgeschwindigkeit an der entsprechenden Position auf der Mondoerfläche sowie des Startvektors des Teilchens relativ zur Oberfläche.

Der Betrag der Startgeschwindigkeit deckt dabei den Bereich ab, der von der verwendeten Geschwindigkeitsverteilung definiert ist (Schmidt et al., 2008). Jedes der dort vorgegebenen 198 Geschwindigkeitsintervalle wird hier zusätzlich 10-fach feiner unterteilt.

Die Startrichtung wird um die Hauptrichtung einer jeden Quelle (siehe Tab. 2.1) variiert. Die Startvektoren decken Kegel mit Öffnungswinkeln von  $1^\circ$  bis  $15^\circ$  um die Hauptrichtung in  $1^\circ$ -Schritten ab. Der Azimutwinkel überstreicht dabei jeweils den Kegelmantel in Schritten von 5 Grad, sodass sich für jede Startgeschwindigkeit 3600 Startrichtungen ergeben. Mit 1980 simulierten Startgeschwindigkeiten und 10 Quellen resultieren insgesamt 71 280 000 berechnete Trajektorien für jede Staubkorngröße. Es wurden Teilchengrößen im Bereich von  $0.3 \mu\text{m}$  bis  $10 \mu\text{m}$  betrachtet.

Der für die Jets angenommene Öffnungswinkel von  $15^\circ$  stammt von Messungen des neutralen Gases aus Sternbedeckungen in der Nähe des Enceladus-Südpols (Hansen et al., 2006). Eine genauere Analyse dieser Beobachtungen wurde von Saur et al. (2008) durchgeführt. Sie geben für die verschiedenen Jets typische Breiten von  $7^\circ$ – $10^\circ$  an, mit denen die Gasdichte exponentiell auf  $1/e$  abfällt. Damit erreicht die Dichte bei  $15^\circ$  Werte zwischen 14% und 22% ihres Maximalwertes und kann jenseits von  $15^\circ$  vernachlässigt werden.

Eine Trajektorie wird verfolgt, bis der Staubpartikel auf der Oberfläche von Enceladus aufschlägt oder die simulierte Zeit zwei Tage übersteigt. Nach dieser Zeit kann ein Teilchen so weit wegdriften, dass es sich aus dem direkten Einfluss von Enceladus gelöst hat und in die E-Ring-Population übergeht. Details zur Berechnung des Einschlags finden sich im folgenden Abschnitt.

### 2.5.2 Numerische Integration

Um nun aus den Anfangsbedingungen die Trajektorie eines Staubteilchens zu erhalten, muss die Bewegungsgleichung numerisch integriert werden. Dazu wurde ein Runge-Kutta-Verfahren mit Schrittweitenanpassung nach der Cash-Karp-Methode verwendet, welches effektiv eine Genauigkeit  $O(5)$  erreicht (Press et al., 1992, Kapitel 16.2).

Dabei wurde nicht nur die Bahn des Staubteilchens, sondern auch die Enceladusbahn numerisch integriert. So konnte eine konsistente Beschreibung des Systems von Staubpartikel und Mond erreicht werden, die bei einem abweichenden Berechnungsverfahren für Enceladus nicht gegeben wäre. Da die Beschleunigung der nichtgravitativen Einflüsse mit  $\mathbf{a} \sim r_d^{-2}$  skaliert, dürfen diese für die Berechnung der Mondbahn vernachlässigt werden.

Eine gewöhnliche Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung lässt sich immer auf eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung zurückführen, wie es für die üblichen numerischen Integrationsverfahren verlangt wird. In unserem Fall einer Bewegungsgleichung zweiter Ordnung ergibt sich dann

## 2 Dynamik

$$\frac{d^2x}{dt^2} + q(x, t) \frac{dx}{dt} = r(x, t).$$

Dabei seien  $x$  die Ortsvariable,  $t$  die Zeit und  $q$  und  $r$  zwei beliebige stetige Funktionen. Ersetzt man  $\frac{dx}{dt} \equiv v(t)$ , erhält man folgendes System erster Ordnung:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v(t) \\ \frac{dv}{dt} &= r(t; x) - q(t; x) \cdot v \end{aligned}$$

Fasst man  $x$  und  $v$  zu einem Zustandsvektor  $\mathbf{s} \equiv (x, v)$  zusammen, lässt sich das Gleichungssystem durch

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{f}(t; x, v) \equiv \mathbf{f}(t; \mathbf{s})$$

mit einer geeigneten Vektorfunktion  $\mathbf{f}$  ausdrücken. Verallgemeinert auf  $n$  Zustandskoordinaten  $s_i$  kann man also schreiben:

$$\frac{ds_i}{dt} = f_i(t; s_1, \dots, s_n), \quad i = 1, \dots, n$$

Mit dieser Umformulierung lässt sich nun der Cash-Karp-Integrator auf die Bewegungsgleichung anwenden.

Wie oben erwähnt, handelt es sich bei der Cash-Karp-Methode um ein adaptives Verfahren 5. Ordnung. Dieses passt für jeden Integrationsschritt die Schrittweite so an, dass eine vorgegebene Genauigkeit erreicht wird, wie sie aus der Differenz von vierter und fünfter Ordnung abgeschätzt werden kann. So wählt der Algorithmus in Gebieten mit geringer Variabilität der wirkenden Beschleunigung automatisch große, also zeitsparende Schritte, während bei vorhandensein starker Gradienten in der Beschleunigung (z. B. in der Nähe von Enceladus) die Schrittweite entsprechend reduziert wird.

Die gewünschte Genauigkeit wird hier üblicherweise angesetzt als  $\Delta_0 = \varepsilon \cdot s_{scal}$ , mit einer global vorgegebenen Komponente  $\varepsilon$  und einer für jeden Integrationsschritt berechneten Skalierung  $s_{scal}$ . Abhängig von der Problemstellung sind unterschiedliche Parametrisierungen von  $s_{scal}$  sinnvoll.

Im hier betrachteten Fall ist nicht die Genauigkeit eines einzelnen Schrittes, sondern vielmehr die erreichte Genauigkeit nach einer vorgegebenen simulierten Zeit von Bedeutung. Wir übernehmen die dazu von Press et al. (1992, Kapitel 16.2) vorgeschlagene Wahl von  $\mathbf{s} = h \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt}$ , mit  $h$  als Länge des verwendeten Zeitschritts.

Die allgemeine Genauigkeit  $\varepsilon$  wurde so gewählt, dass der Ort eines Aufschlags auf der Enceladusoberfläche generell um weniger als 1 km von einer Rechnung mit 100-fach höherer Genauigkeit abweicht. Dies wurde anhand der kompletten Simulation der Quelle A1 für Teilchengrößen von  $0.5 \mu\text{m}$  und  $5 \mu\text{m}$  verglichen. Damit ist sichergestellt, dass im Rahmen der

physikalischen Grenzen dieses Modells die Genauigkeit nicht durch numerische Fehler bei der Integration begrenzt wird.

### 2.5.3 Kollision mit Enceladus

Eine genaue Behandlung der Kollision mit Enceladus ist aus zwei Gründen wünschenswert. Eine Dichteverteilung in der Nähe des Enceladus ist natürlich nur aussagekräftig, wenn die Teilchen bei ihrer Kollision dem betrachteten Ensemble entzogen werden. Zum anderen kann dadurch die Verteilung der auf der Oberfläche einschlagenden Eispartikel kartiert werden, was einen Vergleich mit Beobachtungen der Oberflächenbeschaffenheit ermöglicht.

#### Erster Ansatz

Eine einfache Methode, den Kollisionspunkt auf der Enceladus-Oberfläche zu bestimmen, besteht darin, nach jedem Integrationsschritt zu überprüfen, ob sich der betrachtete Partikel innerhalb der als kugelförmig angenommenen Mondoberfläche befindet. Ist dies der Fall, wird seine Position auf die Oberfläche projiziert und als Einschlagsort registriert.

Damit die Abstände zwischen projiziertem Einschlagsort und tatsächlichem Schnittpunkt von Trajektorie und Mond klein bleiben, werden in der Nähe der Mondoberfläche die Integrationszeitschritte entsprechend reduziert. Bei den hier typischen Geschwindigkeiten  $< 1 \text{ km/s}$  und Zeitschritten von  $\sim 100 \text{ s}$  ist es ausreichend, den Zeitschritt eines Teilchens in einer Entfernung  $r$  vom Mondzentrum auf  $1 \text{ s} \times r^2 / R_{\text{Mond}}^2$  zu reduzieren, sobald es sich der Oberfläche auf weniger als einen Mondradius (250 km) annähert. Damit beträgt die Dauer eines Zeitschritts in direkter Nähe der Oberfläche 1 Sekunde und die Position des Einschlagsortes wird auf  $< 1 \text{ km}$  genau bestimmt.

Der Nachteil dieser Methode liegt in der Vervielfachung der notwendigen Integrationsschritte um einen Faktor 10 bis 100 gegenüber dem, was zum Erreichen einer gewünschten Genauigkeit von 1 km für die Trajektorie nahe des Einschlags nötig wäre. Um diesen hohen Mehraufwand an Rechenzeit zu vermeiden, wurde eine verbesserte Kollisionsprüfung mittels Interpolation implementiert.

#### Kollisionsbestimmung mittels Interpolation

Naheliegender ist zunächst der Ansatz, eine lineare Interpolation zur Schnittpunktsbestimmung zu verwenden. Dazu genügt es, den Ort zwischen den Integrationsschritten vor und nach dem Einschlag zu interpolieren.

Das hier verwendete Integrationsverfahren liefert jedoch mit geringem Rechenaufwand die Möglichkeit, eine Interpolation mit einem Polynom dritten Grades zu konstruieren. Daraus

## 2 Dynamik

kann dann mittels Newton-Verfahren der Schnittpunkt mit der Enceladus-Oberfläche ermittelt werden.

Die Herleitung der Koeffizienten für das Polynom 3. Grades orientiert sich an der Darstellung von Fok und Rosales (2008). Da dort gezeigt wurde, dass selbst im Cash-Karp-Verfahren das Interpolations-Polynom nur bis zum 3. Grad eindeutig bestimmt ist, werden hier Terme mit  $O(4)$  der Übersichtlichkeit halber vernachlässigt.

Sei  $\mathbf{s}_n$  ein Zustandsvektor des Systems zum Zeitpunkt  $t_n$ . Wie bei Integrationsverfahren der Runge-Kutta-Familie üblich, bestimmt sich daraus der nächste Zustandsvektor zu

$$\mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{s}_n + \sum_{i=1}^5 c_i k_i, \quad (2.13)$$

mit

$$k_i = \Delta t f(t_n + a_i \Delta t; \mathbf{s}_n + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (2.14)$$

Dabei sind  $a_i$ ,  $b_{ij}$  und  $c_i$  die entsprechenden Koeffizienten im Cash-Karp-Schema (Press et al., 1992). Gleichzeitig lässt sich der Zustandsvektor  $\mathbf{s}_n$  zum Zeitpunkt  $t_n$  entwickeln als

$$\mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{s}_n + \sum_{i=1}^3 \frac{\Delta t^i}{i!} \mathbf{s}_n^{(i)} + O(4), \quad (2.15)$$

mit den  $i$ -ten zeitlichen Ableitungen  $\mathbf{s}_n^{(i)}$ . Daraus resultiert:

$$\mathbf{s}(t_n + \chi \Delta t) = \mathbf{s}_n + \sum_{i=1}^3 \frac{(\chi \Delta t)^i}{i!} \mathbf{s}_n^{(i)} + O(4), \quad (2.16)$$

mit  $0 \leq \chi \leq 1$ . Bei bekannten Ableitungen im Punkt  $\mathbf{s}_n$  kann hiermit die Trajektorie von  $\mathbf{s}$  auf dem Intervall  $[\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_{n+1}]$  interpoliert werden.

Dazu wird in den Termen 2.14 die Taylor-Entwicklung von  $f(t; \mathbf{s})$  um  $\mathbf{s}_n$  eingesetzt, wodurch die  $k_i$  in Beziehung zu den Termen  $f_n$ ,  $f'_n$  und  $(f_n f_n'^2 + f_n^2 f_n'')$  gesetzt werden. Löst man nach den Termen in  $f$  auf, ist es mit den Beziehungen

$$\begin{aligned} \mathbf{s}'_n &= f_n \\ \mathbf{s}''_n &= f'_n f_n \\ \mathbf{s}'''_n &= f_n f_n'^2 + f_n^2 f_n'', \end{aligned} \quad (2.17)$$

sowie den Cash-Karp-Koeffizienten  $a_i$ ,  $b_{ij}$  und  $c_i$  (Press et al., 1992) nun möglich, den folgenden Ausdruck zur Interpolation zu erhalten:

$$\mathbf{s}(\chi \Delta t) = \mathbf{s}_n + \chi k_1 + \frac{\chi^2}{2} \left( -\frac{8}{3} k_1 + \frac{25}{6} k_4 - \frac{3}{2} k_5 \right) + \frac{\chi^3}{6} \left( \frac{10}{3} k_1 - \frac{25}{3} k_4 + 5 k_5 \right). \quad (2.18)$$



Da das entstehende Gleichungssystem nach nur drei Ausdrücken in  $f$  aufgelöst wird, jedoch insgesamt sechs  $k_i$  eingehen, kann die Lösung auch durch andere Kombinationen der  $k_i$  ausgedrückt werden. Sie wurden hier nicht verwendet und sollen im Weiteren keine Rolle spielen.

Mittels dieses Polynoms dritten Grades ist es möglich, innerhalb eines durchgeführten Integrationsschritts zu interpolieren. Unterschreitet nun der Abstand des Staubpartikels zum Enceladuszentrum in der Mitte oder am Ende des Integrationsintervalls (also für  $\chi = 0.5$  oder  $\chi = 1$ ) den Enceladusradius, wird der genaue Kollisionszeitpunkt und -ort mit Hilfe des Newtonverfahrens ermittelt. Tests haben gezeigt, dass hier in der Praxis keine Konvergenzprobleme auftreten und ein Einsatz numerisch stabilerer, aber langsamerer Intervallschachtelungsverfahren nicht nötig ist.

Des Weiteren kann diese Interpolation auch dazu genutzt werden, um die Aufenthaltsdauern des Staubteilchens in den während eines Integrationsschritts durchlaufenen Gitterzellen zu ermitteln. Da diese gewichtet mit den Produktionsraten direkt die räumliche Teilchendichteverteilung ergeben, kann so eine Störung der simulierten Teilchendichte durch Aliasing-Effekte vermieden werden. Dazu wird für alle durchstoßenen Gitterebenen der Zeitpunkt des Ebenendurchtritts wiederum mit dem Newton-Verfahren ermittelt. Aus der Richtung der Durchtritte und den jeweiligen Zeitintervallen zwischen den Durchtritten können nun numerisch korrekte Aufenthaltsdauern berechnet werden.

### 2.5.4 Optimierung einzelner Funktionen

Durch eine Laufzeitanalyse mittels eines Profilers hat sich gezeigt, dass ein erheblicher Anteil der Rechenzeit in den Simulationen durch die Parametrisierung des Sekundärelektronenstroms in Gl. 2.4 zustande kommt. Die hier verwendeten Funktionen  $F_{n,B}(x)$  (s. Gl. 2.5) sind besonders aufwändig zu bestimmen, zeigen aber im relevanten Wertebereich einen glatten Verlauf. Deshalb bietet sich eine Tabellierung an.

Da die in  $F_{n,B}(x)$  eingehenden Funktionsargumente  $x$  in Abhängigkeit der Parameter der Simulation über einen weiten Bereich variieren, ist es nicht praktikabel, den ganzen in Frage kommenden Wertebereich der Funktion im Voraus zu berechnen. Es hat sich jedoch gezeigt, dass sich die im Programmablauf angeforderten Funktionswerte um zwei eng gefasste Wertebereiche auf der  $x$ -Achse gruppieren, die sich insgesamt langsam verschieben.

So hat es sich als sinnvoll erwiesen, beim ersten Funktionsaufruf die Koeffizienten für eine quadratische Interpolation in einem Intervall um den Funktionswert zu bestimmen. Fallen weitere Funktionsaufrufe in dieses Intervall, können sie mittels Interpolation bestimmt werden. Liegen sie außerhalb des Intervalls, aber noch in dessen Nähe, werden neue Koeffizienten für ein Intervall um den  $x$ -Wert herum bestimmt. Liegt der neue  $x$ -Wert weit entfernt vom bisherigen Intervall, wird dafür ein zweites Interpolationsintervall bestimmt, mit dem genauso verfahren wird wie für das Erste beschrieben.

Die Größe der verwendeten Intervalle und die genaue Definition der Begriffe “nah” und “weit entfernt” sind Parameter, die das Verhalten dieser adaptiven lokalen Tabellierung bestimmen. Sie wurden in mehreren Versuchsreihen so gewählt, dass eine relative Genauigkeit von  $< 10^{-3}$  gewährleistet wird, aber die Gesamtlaufzeit der Simulation vielfach um einen Faktor  $> 3$  verringert werden kann.

## 2.6 Ergebnisse

Ein wichtiger Bestandteil der von Beckmann (2008) vorgestellten Simulationen besteht in der Berechnung von Niederschlagskarten der Eispartikel auf der Enceladus-Oberfläche. Dabei hat sich gezeigt, dass die zurückfallenden Teilchen sich deutlich in zwei Bereichen entlang der Längengrade  $40^\circ\text{W}$  und  $220^\circ\text{W}$  konzentrieren und sich bis zu  $50^\circ$  nördlicher Breite von einem homogenen Niederschlag abheben (Kempf et al., 2010a, sowie Abb. 2.3 und 2.4).

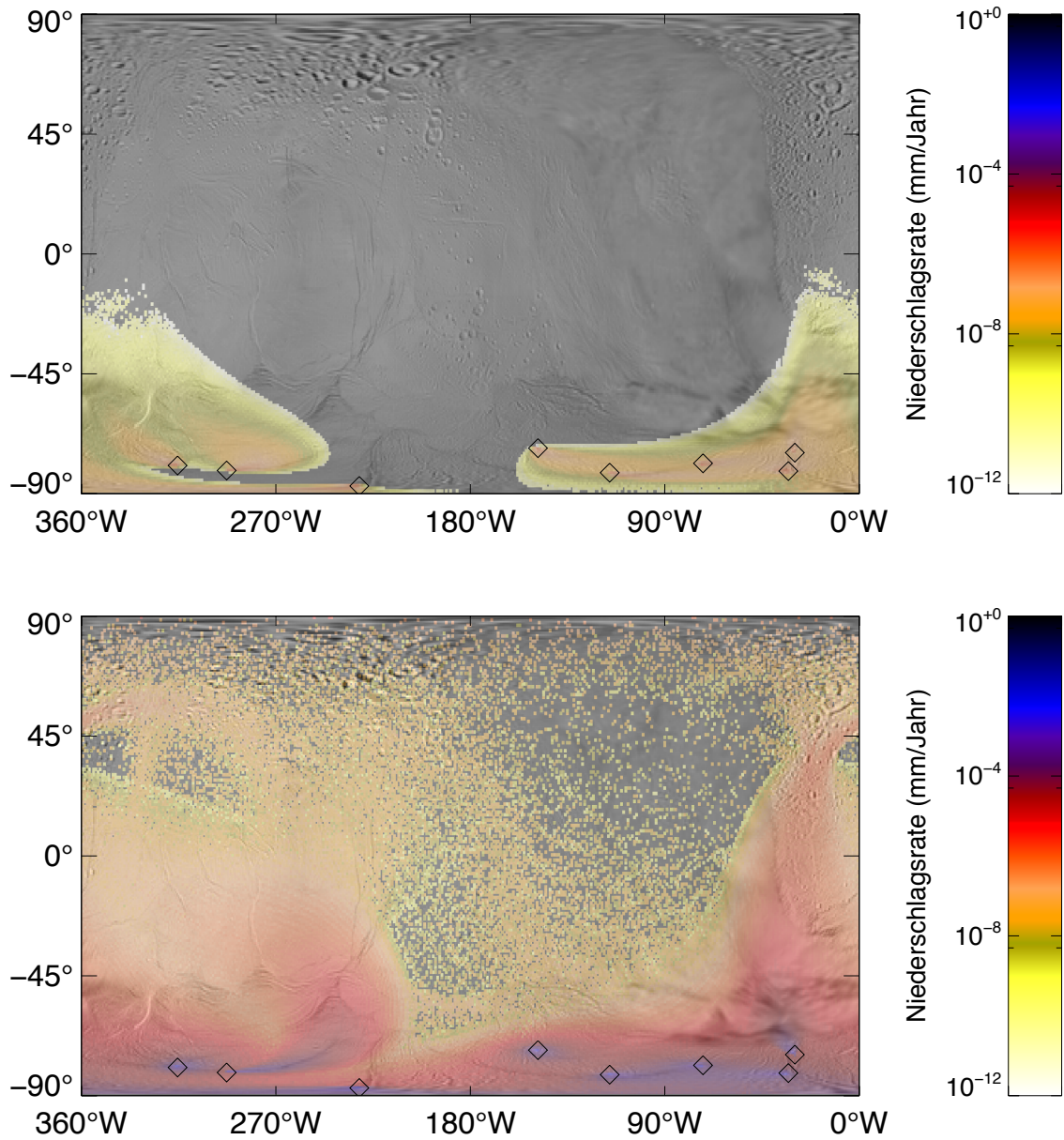
Dies ist von besonderer Bedeutung, da die simulierten Niederschlagsmuster als Veränderung der UV-IR-Farben auf der Enceladusoberfläche beobachtet wurden (Schenk et al., 2011). Die dort gezeigte Struktur verläuft ungefähr auf einer Niederschlags-Konturlinie, die einer simulierten Niederschlagsrate von  $10^{-5}$  mm/Jahr entspricht. Bei einer mittleren Teilchengröße von  $1\mu\text{m}$  wird in ungefähr 100 Jahren eine Überdeckungs-Schichtdicke erzeugt, die einem Teilchenradius erzeugt.

Bislang ist das UV-Reflexionsverhalten der Enceladus-Oberfläche nicht ausreichend verstanden, um daraus Schlüsse auf die Gesamthöhe des Niederschlags aus den Plumes zu ziehen.

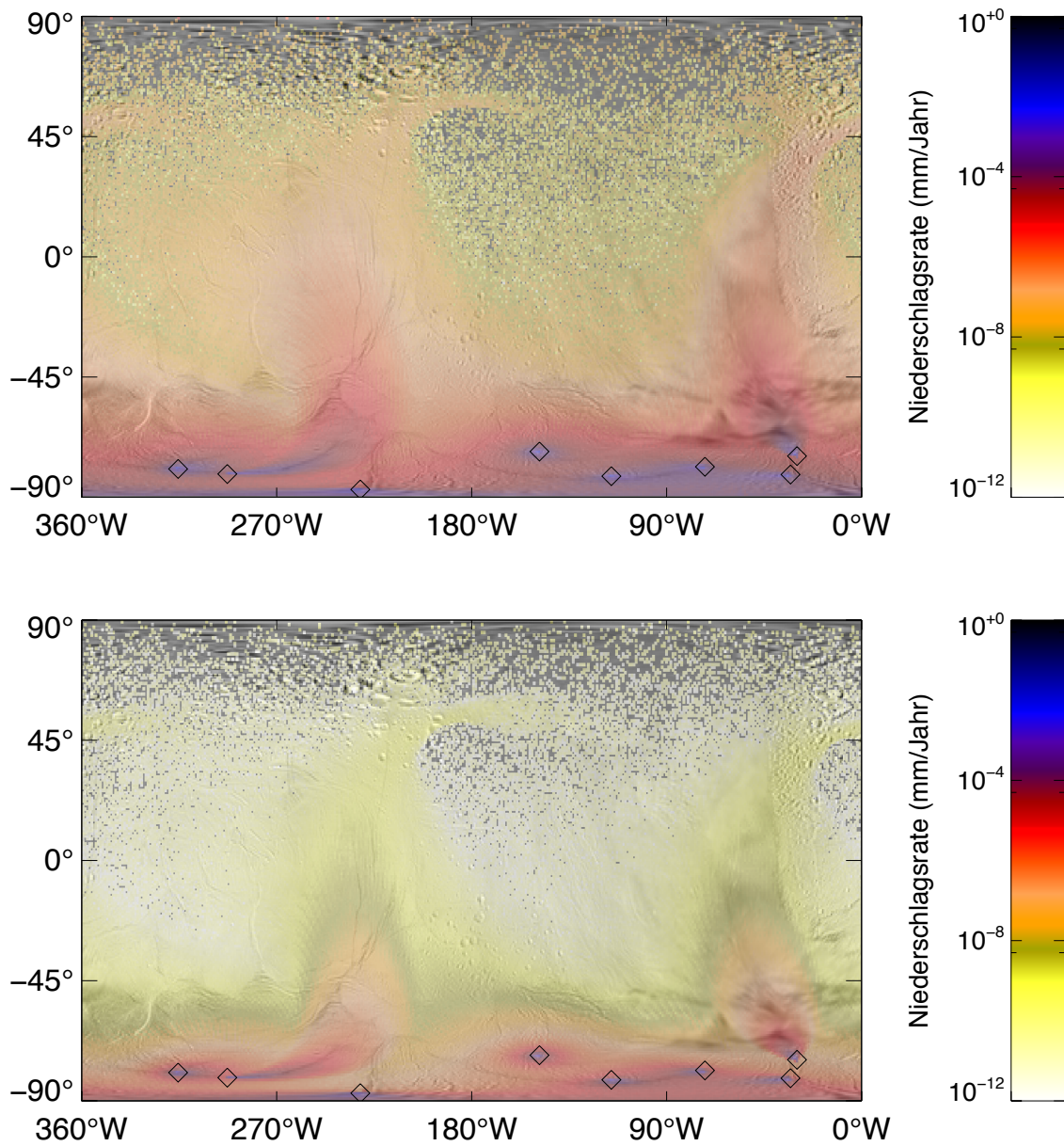
Ein Aspekt, der bisher nicht diskutiert wurde, ist die Abhängigkeit dieser Oberflächenmuster von der Teilchengröße. Diese kommt dadurch zustande, dass die Teilchen mit abnehmender Größe im Mittel höhere Anfangsgeschwindigkeiten besitzen und daher andere Bereiche auf der Oberfläche erreichen. Zudem nehmen für Teilchen mit  $s_d \lesssim 0.3\mu\text{m}$  die nichtgravitativen Kräfte überhand, während diese für größere Teilchen mit  $s_d \gtrsim 2\mu\text{m}$  kaum noch Einfluss haben.

Zu beachten ist jedoch, dass die Vorhersagen des Modells für kleine Teilchen mit großen Unsicherheiten behaftet sind. Während die auf die großen Partikel wirkenden gravitativen Kräfte sehr genau bekannt sind, wurde für die elektromagnetischen Wechselwirkungen und Ladungsströme lediglich ein nicht durch den Mond gestörtes Magnetfeld und Plasma angenommen. Wie Beobachtungen zeigen (Dougherty et al., 2006; Waite et al., 2006), ist diese Voraussetzung keineswegs erfüllt. Vielmehr sorgt das aus den Eisgeysiren strömende Gas dafür, dass das umgebende Plasma abgelenkt wird und das Magnetfeld eine Verdrehung erfährt.

Im gegebenen Modell kann daher die Verteilung von kleinen Partikeln, die deutlich von nicht-gravitativen Kräften beeinflusst werden, nicht sinnvoll beschrieben werden. Interessant wäre eine bessere Berücksichtigung des lokalen Magnetfeldes für den Übergangsbereich, in dem die elektromagnetische Wechselwirkung beginnt, an Einfluss zu gewinnen. Kleine Teilchen, deren Bewegung aufgrund des hohen  $Q/m$  stark durch die elektromagnetische Wechsel-



**Abbildung 2.3:** Niederschlagskarten für unterschiedliche Teilchengrößen von  $0.3 \mu\text{m}$  (oben) und  $1.0 \mu\text{m}$  (unten). Weitere Größen ( $2.0 \mu\text{m}$ ,  $5.0 \mu\text{m}$ ) finden sich in Abb. 2.4. Die Karte für  $5.0 \mu\text{m}$  (Abb. 2.4 unten) zeigt deutlich das allein auf gravitativen Einflüssen basierende Muster aus zwei Richtung Norden weisenden Ausläufern erhöhter Schneefallintensität. Für kleinere Teilchengrößen mit  $s \lesssim 1 \mu\text{m}$  lässt der zunehmende Einfluss nichtgravitativer Kräfte das Muster verschwinden und verhindert jeglichen Niederschlag nördlich des Äquators.



**Abbildung 2.4:** Niederschlagskarten der Enceladusgeysire auf der Mondoberfläche, für Teilchengrößen von  $2.0 \mu\text{m}$  und  $5.0 \mu\text{m}$ . Erklärungen siehe Abb. 2.3.

wirkung beeinflusst wird, koppeln in jedem Fall an das korotierende Saturnmagnetfeld an und können nicht auf die Mondoberfläche zurückfallen.

Für die Beschreibung der gesamten Niederschlagshöhen spielen die kleinen Teilchen sowohl wegen ihrer geringen Masse als auch wegen ihrer stark verringerten Produktionsrate in der Ausgangs-Massenverteilung kaum eine Rolle. Daher kann die gesamte Niederschlagsmenge trotz offenkundiger Mängel bei der Vorhersage kleiner Partikel hinreichend gut in diesem Modell beschrieben werden.



## 3 Helligkeit der Eisfontänen

In diesem Kapitel sollen die Methoden näher beleuchtet werden, mit denen die Brücke von simulierten Staubbichten zu Vorhersagen über die optische Beobachtbarkeit des vom Staub gestreuten Lichts geschlagen wird. Zunächst sollen die verwendeten physikalischen Einheiten eingeführt werden. Dann wird die Anwendung der Mie-Streuung skizziert, ebenso die Fraunhoferbeugung als wichtiger Grenzfall und schließlich die praktische Umsetzung, mit der die simulierten Spektren und Bilder gewonnen werden.

### 3.1 Einheiten zur Strahlungsmessung

Zuerst sollen die hier zur Beschreibung des Streulichts verwendeten Begriffe kurz erläutert werden. Die Energie der elektromagnetischen Strahlung sei  $Q$  und  $\Phi$  sei die pro Zeit transportierte Energie, welche als Strahlungsleistung oder Strahlungsfluss

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \quad (3.1)$$

bezeichnet wird. Hieraus leitet sich die Bestrahlungsstärke oder Intensität

$$I = \frac{d\Phi}{dA} \quad (3.2)$$

ab, die den pro Flächenelement  $dA$  auftreffenden Strahlungsfluss  $d\Phi$  angibt. Diese kann man sich anschaulich auch als die Helligkeit des auf eine Oberfläche auftreffenden Lichts vorstellen. Je nach Kontext kann so aber auch die von einem Strahler pro Flächenelement abgegebene Strahlung bezeichnet werden.

Die Strahlungsdichte oder spezifische Intensität

$$L = \frac{dI}{d\Omega \cos\beta} = \frac{d^2\Phi}{dA d\Omega \cos\beta} \quad (3.3)$$

ist die pro Flächenelement  $dA$  und pro Raumwinkelement  $d\Omega$  emittierte Strahlungsleistung, wobei  $\beta$  den Winkel zwischen der Flächennormalen und dem betrachteten Raumwinkelement  $d\Omega$  angibt. Ein Beobachter mit einer Apertur  $d\Omega$ , der eine Fläche  $dA$  auf dem Strahler unter dem Winkel  $\beta$  anschaut, wird also eine Strahlungsleistung  $\Phi$  empfangen. Äquivalent ist auch die umgekehrte Betrachtungsweise:  $\Phi$  ist die Strahlungsleistung, die durch eine Apertur der Fläche  $dA$  dringt, die sie aus dem Raumwinkelement  $d\Omega$  empfängt. Die Strahlungsdichte

### 3 Helligkeit der Eisfontänen

kann also als die registrierte Helligkeit einer Oberfläche aufgefasst werden.

Im allgemeinen Fall ist die Strahlungsdichte abhängig von der Richtung  $(\theta, \phi)$ , unter der sie vom Flächenelement  $dA$  emittiert wird. Ein Strahler, dessen Strahlungsdichte keine Abhängigkeit von der Emissionsrichtung zeigt, wird als *Lambert'scher Strahler* bezeichnet.

Als Maß für eine reflektierte oder gestreute Intensität ist in der Astronomie die Angabe von  $I/F$  üblich. Hierbei handelt es sich um die von einem Körper ausgehende Strahlungsdichte, die auf die eines Lambert'schen Strahlers der Albedo  $A = 1$  am gleichen Ort normiert wird. Dieses Maß für die Reflektivität ist somit unabhängig von der einfallenden Intensität.

Häufig ist es sinnvoll, die entlang einer Koordinatenachse integrierte Strahlungsdichte zu betrachten. Hier hat sich zur Beschreibung von reflektierter Strahlung aus schwachen Quellen die sogenannte Äquivalentbreite

$$E = \int (I/F) dx \quad (3.4)$$

als zweckmäßig erwiesen. Sie entspricht der projizierten Breite, die ein senkrecht zum Lichteinfall ausgerichteter Lambert'scher Reflektor mit einer Albedo von  $A = 1$  aufweisen muss, um die gleiche totale  $I/F$ -Helligkeit zu erzeugen.

## 3.2 Mie-Streuung

### 3.2.1 Überblick

Der Mie-Formalismus beschreibt die Streuung von elektromagnetischen Wellen an kugelförmigen, homogenen Körpern (Mie, 1908). Im Gegensatz zu Näherungslösungen wie der Rayleigh-Streuung, die nur für  $r_d \ll \lambda$  gültig ist, bietet die Mie-Streuung eine umfassende Beschreibung aller Streueigenschaften eines Teilchens im Vakuum, die im Rahmen der Maxwell-Gleichungen in Materie erfasst werden können.

Ihre Grenze erreicht diese Beschreibung, wenn die betrachteten Partikel so klein sind, dass ihre molekulare Struktur relevant wird und die den Maxwell-Gleichungen in Materie zu Grunde liegende Annahme eines homogenen Mediums nicht mehr erfüllt ist. Für die hier betrachteten Partikel mit Größen von  $0.1 \mu\text{m} \lesssim r_d \lesssim 10 \mu\text{m}$  spielt dies verglichen mit der typischen Abmessung eines Wassermoleküls von  $1 \text{ \AA}$  keine Rolle.

Eine weitere Grenze erreicht diese Beschreibung, wenn die typischen Abstände der Partikel wenige Teilchenradien betragen (Bohren und Huffman, 1983). Dann ist die Betrachtung der Streuzentren als einzelne, unabhängige Partikel im Vakuum nicht mehr gerechtfertigt und es müssen kollektive Beugungs- und Influenzeffekte des Teilchenensembles berücksichtigt werden. Bei einer typischen Staubbichte von  $1 \text{ cm}^{-3}$  in der Nähe der Enceladus-Oberfläche kann auch dieser Effekt vernachlässigt werden. Zudem würde damit eine hohe optische Tiefe von



$\tau \gg 1$  einhergehen, wohingegen der E-Ring optisch dünn ist ( $\tau \approx 10^{-5}$ ).

Einen viel größeren Unsicherheitsfaktor stellt im Allgemeinen die Form der Teilchen dar. Der Mie-Theorie liegen sphärische Partikel zu Grunde, während mikroskopisch untersuchter kosmischer Staub häufig irreguläre bis fraktale Strukturen aufweist.

Im Falle der Eispartikel des Enceladus-Plumes und der aus ihm gespeisten E-Ring-Partikel sprechen jedoch mehrere Argumente für eine annähernde Kugelform. Zum einen entstehen die Eispartikel vornehmlich durch schnelles Gefrieren von Sprühnebeltröpfchen über einem Wasserreservoir, welche aufgrund der Oberflächenspannung nahezu kugelförmig sind. Langfristig betrachtet sind die Eispartikel im E-Ring der Erosion durch Plasmaionen ausgesetzt, die vorrangig an Oberflächenunebenheiten angreift und diese zunehmend der Kugelform annähert.

Beobachtungen der Plumes mit den Cassini-Kameras wurden vornehmlich bei Phasenwinkeln nahe  $180^\circ$  durchgeführt. Da bei der Streuung die Vorwärtsrichtung stark bevorzugt ist, ist dies die für optische Beobachtungen bestmögliche Ausrichtung. Hier sind die Abweichungen zwischen der Fraunhofer-Näherung (Landau und Lifshitz, 1975) und der Mie-Streuung relativ gering, genauso die Abweichungen für nicht-kugelförmige Teilchen. In Zukunft ist ein Vergleich der Mie-Streuung sphärischer Partikel mit anderen Teilchenformen im beschriebenen Enceladus-Szenario sicherlich von Interesse. Dies soll jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit sein.

### 3.2.2 Stokes-Parameter und Streumatrix

Das elektrische Feld einer beliebig polarisierten ebenen elektromagnetischen Welle lässt sich allgemein in der Form

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(ikz - i\omega t); \quad \mathbf{E}_0 = E_{\parallel} \hat{\mathbf{e}}_{\parallel} + E_{\perp} \hat{\mathbf{e}}_{\perp} \quad (3.5)$$

darstellen, wobei die Einheitsvektoren  $\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}$  und  $\hat{\mathbf{e}}_{\perp}$  senkrecht zueinander und zur Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{k}$  der Welle stehen. Die komplexen Größen  $E_{\parallel}$  und  $E_{\perp}$  enthalten die vollständigen Polarisations-eigenschaften der Welle. Gebräuchlicher sind jedoch die reellen *Stokes-Parameter*:

$$\begin{aligned} I &= E_{\parallel} E_{\parallel}^* + E_{\perp} E_{\perp}^* \\ Q &= E_{\parallel} E_{\parallel}^* - E_{\perp} E_{\perp}^* \\ U &= E_{\parallel} E_{\perp}^* + E_{\perp} E_{\parallel}^* \\ V &= i(E_{\parallel} E_{\perp}^* - E_{\perp} E_{\parallel}^*). \end{aligned} \quad (3.6)$$

$I$  ist hier gleichzeitig die Intensität der auftreffenden Strahlung. Die *Stokes-Parameter* sind nicht voneinander unabhängig, da für polarisiertes Licht die Beziehung

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$$

gilt. Außerdem sind die abgeleiteten Größen  $I$ ,  $Q^2 + U^2$  und  $V$  invariant gegenüber einer Rotation der Bezugsvektoren  $\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}$  und  $\hat{\mathbf{e}}_{\perp}$ .

### 3 Helligkeit der Eisfontänen

Bei der Streuung von elektromagnetischen Wellen an einem Streuzentrum ist die Intensität der gestreuten Welle eine lineare Funktion der einfallenden Lichtintensität. Dies gilt auch für polarisiertes Licht. Verwendet man die Darstellung von Gl. 3.5, die sich auf die Amplituden des Elektrischen Feldes bezieht, erhält man eine lineare Abbildung innerhalb des 2-dimensionalen komplexwertigen Zahlenraums. Bei Verwendung von Stokes-Vektoren lässt sich die Streuung durch eine lineare Abbildung im 4-dimensionalen reellwertigen Raum beschreiben.

Daher bietet sich in beiden Fällen die Schreibweise in Form einer Matrix an. Mit einem Index  $i$  gekennzeichnete Größen beschreiben die einlaufende elektromagnetische Welle, während die gestreuten Größen mit einem Index  $s$  versehen sind. Für die Amplituden des  $E$ -Feldes einer sich in  $z$ -Richtung ausbreitenden Welle verwenden wir folgende Streumatrix:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Die Elemente der Streumatrix  $S_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) hängen im Allgemeinen sowohl vom Streuwinkel  $\theta$  als auch vom Azimutwinkel  $\phi$  ab.

Die Streumatrix für die Stokes-Vektoren ist definiert als

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 r^2} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Für den Fall unpolarisierter einfallender Strahlung ist nur die  $I_i$ -Komponente des einfallenden Stokes-Vektors von Null verschieden und die gestreute Strahlung wird allein von der ersten Spalte der Matrix bestimmt

$$\frac{I_s}{I_i} = S_{11}(kr)^{-2} \quad \frac{Q_s}{I_i} = S_{21}(kr)^{-2} \quad \frac{U_s}{I_i} = S_{31}(kr)^{-2} \quad \frac{V_s}{I_i} = S_{41}(kr)^{-2}$$

Der Polarisationsgrad

$$P(\theta, \phi) = \sqrt{(S_{21}^2 + S_{31}^2 + S_{41}^2)/S_{11}^2}$$

der gestreuten Welle kann daher von Null verschieden sein, auch wenn die einfallende Welle unpolarisiert ist. Auch hier hängen im allgemeinen Fall die Elemente der Streumatrix sowohl vom Streuwinkel  $\theta$  als auch vom Azimutwinkel  $\phi$  ab.

Als *Streuebene* bezeichnet man die Ebene, die vom Einfallsvektor, dem Streuzentrum und dem Ausfallsvektor der gestreuten Welle aufgespannt wird. Dabei versteht man unter dem *Streuwinkel*  $\theta$  den Winkel zwischen Einfalls- und Ausfallsrichtung.

### 3.2.3 Grundlagen der Mie-Streuung

#### Grundlagen zu Streuprozessen

Betrachten wir zunächst ein beliebig geformtes Teilchen, das einer ebenen elektromagnetischen Welle der Bestrahlungsstärke  $I_i$  ausgesetzt ist, die durch den Poynting-Vektor  $\mathbf{S}_i$  beschrieben wird. Die Welle sei unpolarisiert und das Teilchen sei von einem nichtabsorbierenden Medium umgeben. Konstruieren wir eine gedachte Kugel mit dem Radius  $r$  um das Teilchen, so strömt durch die Kugeloberfläche  $A$  die Strahlungsleistung

$$\Phi_{abs} = - \int_A \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{e}}_r dA. \quad (3.9)$$

Ist  $\Phi_{abs} > 0$ , wird Energie innerhalb der Kugel absorbiert. Da das umgebende Medium als nichtabsorbierend vorausgesetzt wird, ist diese identisch mit der vom Teilchen absorbierten Strahlungsleistung.  $\Phi_{sca}$  (von englisch “scattering” für Streuung) bezeichnet den durch Streuung am Teilchen von der Ursprungsrichtung abgelenkten Strahlungsfluss. Die Extinktion

$$\Phi_{ext} = \Phi_{abs} + \Phi_{sca} \quad (3.10)$$

ist also die Leistung, die der einfallenden Welle durch den kombinierten Effekt von Absorption und Streuung entzogen wird.

Um ein von der einfallenden Bestrahlungsstärke unabhängiges Maß der Streueffekte zu erreichen, werden üblicherweise Absorptions-, Streu- und Extinktionsquerschnitte definiert:

$$C_{abs} = \frac{\Phi_{abs}}{I_i}, \quad C_{sca} = \frac{\Phi_{sca}}{I_i}, \quad C_{ext} = \frac{\Phi_{ext}}{I_i}. \quad (3.11)$$

Gelegentlich ist auch die Verwendung der jeweiligen Effizienzen

$$Q_{abs} = \frac{C_{abs}}{G}, \quad Q_{sca} = \frac{C_{sca}}{G}, \quad Q_{ext} = \frac{C_{ext}}{G} \quad (3.12)$$

hilfreich, wobei  $G$  die Querschnittsfläche des Teilchens bezeichnet, die auf eine Ebene senkrecht zur einfallenden Strahlung projiziert wird (z.B.  $G = \pi r^2$  für kugelförmige Teilchen).

#### Theorie der Mie-Streuung

Gustav Mie hat mit dem nach ihm benannten Ansatz eine umfassende Beschreibung der Streuung ebener elektromagnetischer Wellen an homogenen, isotropen, sphärischen Partikeln gegeben (Mie, 1908). Da sie hier vor allem als Werkzeug zur Berechnung der Spektren und Intensitäten dient, sollen die theoretischen Grundlagen nur skizziert werden. Eine umfassende Darstellung findet man beispielsweise in Bohren und Huffman (1983) sowie Mishchenko et al. (2002).

Zunächst wird das Feld einer einfallenden ebenen Welle in Kugelflächenfunktionen entwickelt. Unter der Annahme, dass die Tangentialkomponenten des elektrischen und magnetischen

### 3 Helligkeit der Eisfontänen

Feldes auf der Kugeloberfläche stetig sind, kann eine eindeutige Entwicklung für die Felder innerhalb der Kugel sowie für das Streufeld außerhalb der Kugel angegeben werden.

Für ein Teilchen sind der Größenparameter

$$x = ks = \frac{2\pi Ns}{\lambda}$$

und der relative Brechungsindex

$$m = \frac{N_1}{N}$$

die einzigen Parameter, die zur Beschreibung des Streuprozesses benötigt werden. Dabei ist  $s$  der Teilchenradius (meist nur als *Größe* bezeichnet),  $N_1$  und  $N$  der Brechungsindex jeweils des umgebenden Mediums sowie des Teilchens,  $k$  die Wellenzahl und  $\lambda$  die Wellenlänge der einfallenden Welle.

In jede Messgröße der gestreuten Strahlung gehen die Streukoeffizienten

$$a_n = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)} \quad \text{und} \quad (3.13)$$

$$b_n = \frac{\psi_n(mx)\psi'_n(x) - m\psi_n(x)\psi'_n(mx)}{\psi_n(mx)\xi'_n(x) - m\xi_n(x)\psi'_n(mx)} \quad (3.14)$$

ein, wobei  $\psi_n$  und  $\xi_n$  die Riccati-Bessel-Funktionen bezeichnen.

Damit lassen sich folgende Ausdrücke für den Streu- und den Extinktionsquerschnitt angeben:

$$C_{sca} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2), \quad (3.15)$$

$$C_{ext} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}\{a_n + b_n\}. \quad (3.16)$$

Für die winkelabhängigen Elemente der Streumatrix werden die Funktionen

$$\pi_n(\theta) = \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta}, \quad \tau_n(\theta) = \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos\theta) \quad (3.17)$$

definiert, wobei  $P_n^m(\cos\theta)$  die zugeordneten Legendrefunktionen bezeichnen.

Damit lassen sich die Elemente der Streumatrix für die Amplituden des  $E$ -Feldes als

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n), \\ S_2 &= \sum_n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n), \\ S_3 &= S_4 = 0, \end{aligned} \quad (3.18)$$

ausdrücken. Die Beziehung zwischen einfallenden und gestreuten Feldamplituden lautet somit

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 & 0 \\ 0 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}.$$

Die Matricelemente  $S_3$  und  $S_4$  verschwinden aufgrund der axialen Symmmetrie in  $\phi$ -Richtung.

Die Streumatrix der Stokes-Vektoren reduziert sich auf 4 unabhängige Elemente:

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 r^2} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} & S_{34} \\ 0 & 0 & -S_{34} & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix},$$

$$S_{11} = \frac{1}{2}(|S_2|^2 + |S_1|^2), \quad S_{12} = \frac{1}{2}(|S_2|^2 - |S_1|^2),$$

$$S_{33} = \frac{1}{2}(S_2^* S_1 + S_2 S_1^*), \quad S_{34} = \frac{i}{2}(S_1 S_2^* - S_2 S_1^*).$$

Licht, das vor der Streuung parallel zur Streuebene polarisiert ist, bleibt auch nach der Streuung parallel polarisiert. Licht, das vor der Streuung senkrecht zur Streuebene polarisiert ist, bleibt ebenfalls senkrecht polarisiert. Daher kann man die Streueffizienz in ihre parallelen und senkrechten Anteile bezüglich der Streuebene aufspalten und erhält

$$\begin{aligned} i_{\parallel} &= S_{11} + S_{12} = |S_2|^2, \\ i_{\perp} &= S_{11} - S_{12} = |S_1|^2, \end{aligned}$$

wobei  $i_{\parallel}$  und  $i_{\perp}$  die jeweiligen gestreuten Intensitäten pro einfallender Intensität  $I_i$  bezeichnen. Für unpolarisiertes Licht ergibt sich daraus

$$i = \frac{1}{2}(|S_1|^2 + |S_2|^2).$$

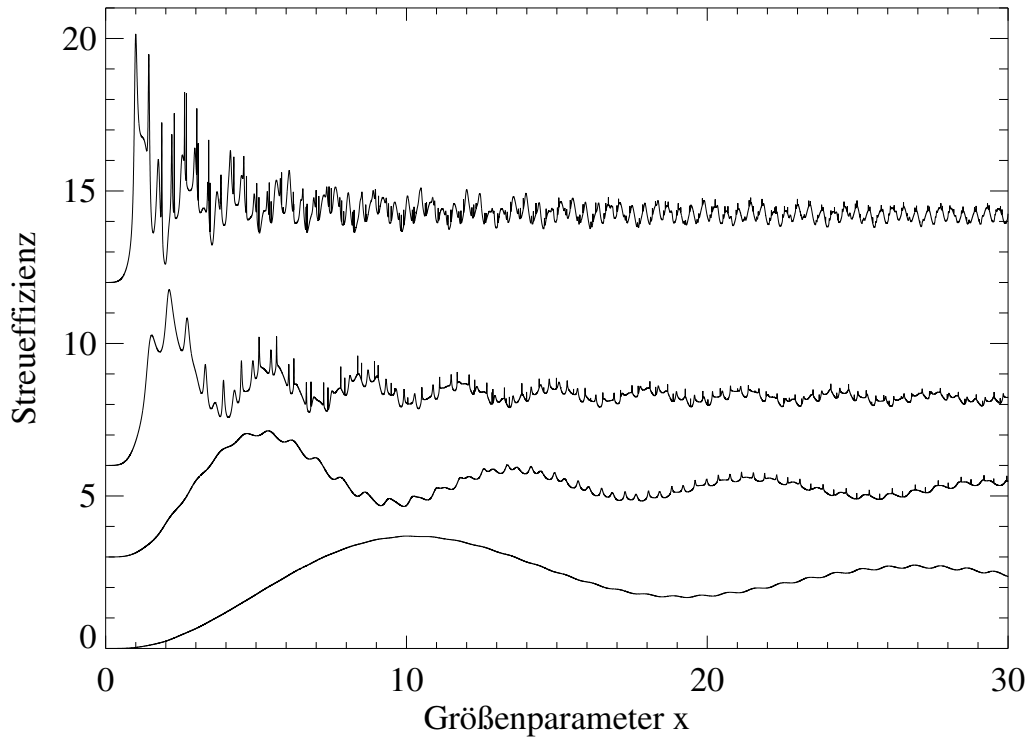
Bei unpolarisiertem Lichteinfall beträgt der Polarisationsgrad des Streulichts

$$P = -\frac{S_{12}}{S_{11}} = \frac{i_{\perp} - i_{\parallel}}{i_{\perp} + i_{\parallel}}. \quad (3.19)$$

### 3.2.4 Beispiele

Die Eigenschaften der Mie-Streuung bestimmen zu einem erheblichen Teil die Vorgehensweise zu ihrer numerischen Umsetzung. Sie sollen hier anhand von Beispielen diskutiert werden.

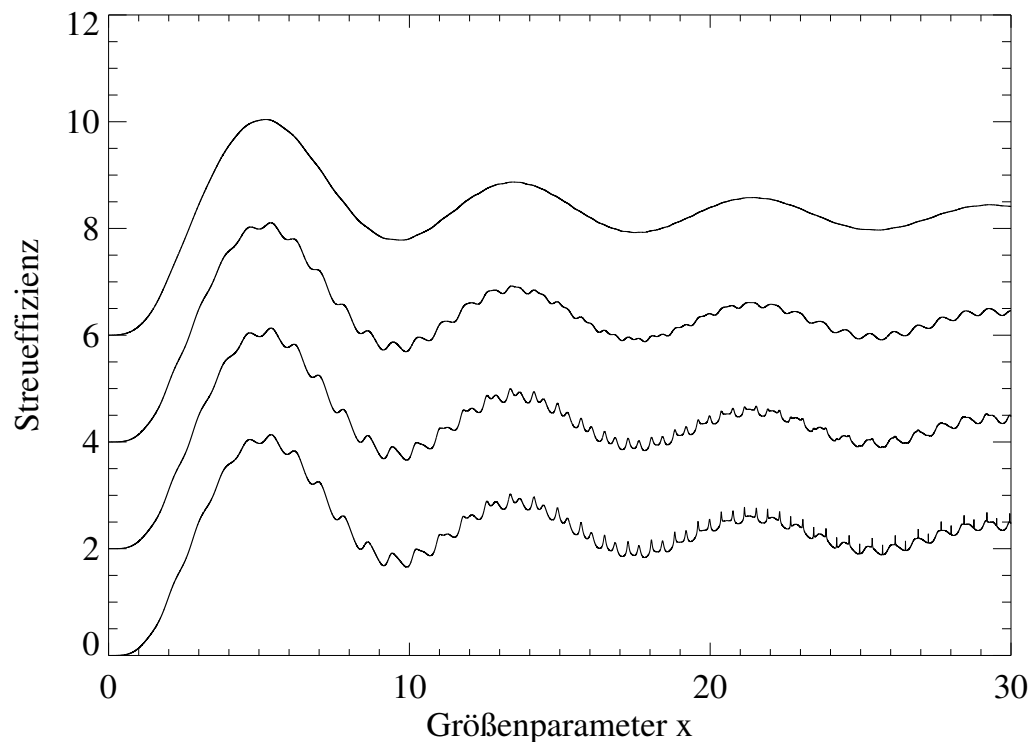
Wesentliche Merkmale der Mie-Streuung lassen sich anhand der Darstellung der Streueffizienz über dem Größenparameter erkennen (Abb. 3.1). Bei Brechungsindizes  $m \lesssim 2$  wird ihr



**Abbildung 3.1:** Streueffizienz  $Q_{ext}$  für die Mie-Streuung an monodispersen Kugeln mit verschiedenen Brechungsindizes. Von unten nach oben:  $m = 1.2, 1.4, 2.0, 3.0$ . Zur besseren Sichtbarkeit sind die Kurven 2 bis 4 um +3, +6 und +12 entlang der y-Achse verschoben. Es ist erkennbar, dass sich mit zunehmendem Brechungsindex das Hauptmaximum zu niedrigeren Größenparametern verschiebt und die schmalen Resonanzlinien zunehmen. Bei einem Brechungsindex  $m = 3.0$  sind die Resonanzlinien so stark ausgeprägt, dass die breiteren Schwankungen kaum noch erkennbar sind.

Verlauf durch ein Hauptmaximum bei  $x_{max} \approx 2/(m-1)$  charakterisiert, an das sich weitere Wellen mit einer typischen Länge von  $x_{max}$  anschließen. Bei Brechungsindizes ab  $m \gtrsim 1.3$  fallen Resonanzlinien zunehmend ins Gewicht und dominieren bei  $m = 3$  den Verlauf der Streueffizienz. Die genaue Lage dieser schmalen Linien hängt empfindlich vom Brechungsindex ab, sowie, bei der Darstellung als Wellenlängenspektrum, vom verwendeten Teilchenradius.

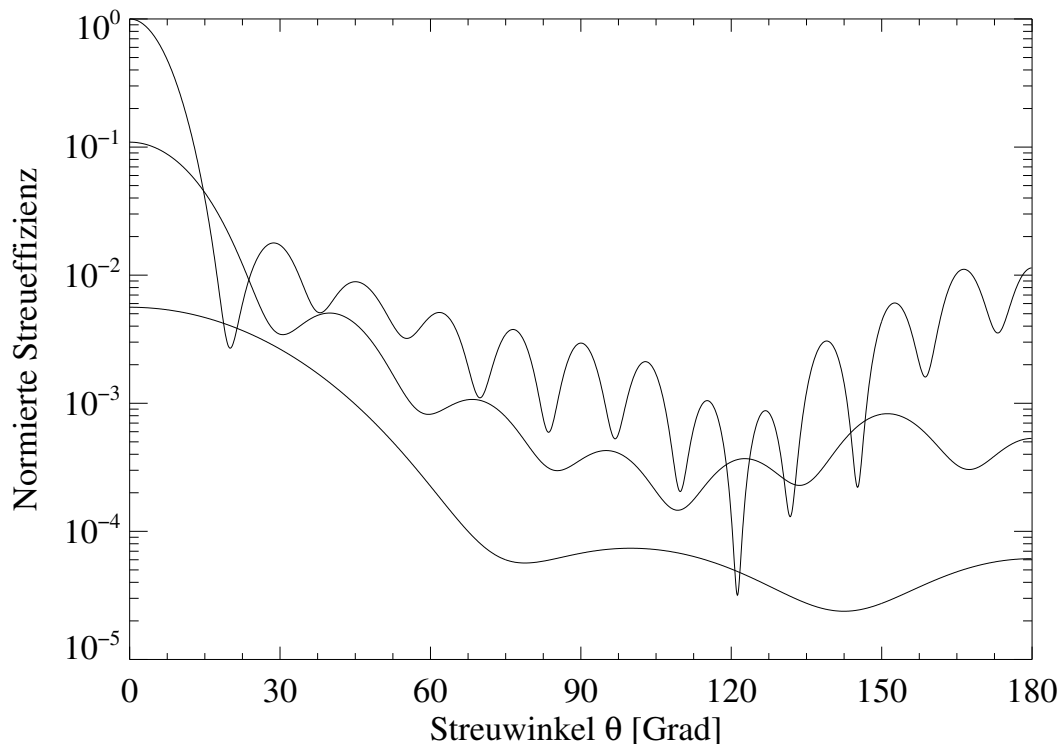
In dieser Deutlichkeit treten die Resonanzlinien nur auf, wenn die betrachteten Teilchen eine exakt einheitliche Größe besitzen. Wie in Abb. 3.2 gezeigt, reicht schon eine geringe Verbreiterungen der Größenverteilung aus, damit das Spektrum erkennbar glatter wird und die Resonanzlinien verschwinden. Bei natürlich vorkommenden Streuphänomenen ist das praktisch immer der Fall, insbesondere wenn die Partikelgrößen wie in den Enceladus-Fontänen über mehrere Größenordnungen verteilt sind.



**Abbildung 3.2:** Streueffizienz  $Q_{ext}$  für die Mie-Streuung an Kugeln unterschiedlich breiter Größenverteilung mit dem Brechungsindex  $m = 1.4$ . Von unten nach oben, jeweils um 2 nach oben versetzt: Monodisperse Kugeln, dann Gauss-Verteilungen mit einer Breite von  $\sigma = 0.03, 0.1, 0.3$ . Die schmalen Resonanzlinien, die bei der Streuung an monodispersen Kugeln stark ausgeprägt sind, verlieren schon für geringe Breiten der Größenverteilung an Deutlichkeit.

Die Resonanzlinien sind somit in erster Linie ein Phänomen, das bei diskreten Größenverteilungen auftritt. Da die Größenverteilung zur numerischen Berechnung diskretisiert wird, muss sie so fein unterteilt werden, dass dadurch keine Abweichungen von einer kontinuierlichen Verteilung im Streuspektrum sichtbar werden. Dies konnte durch eine ausreichend feine Interpolation der Größen erreicht werden.

Die Winkelverteilung der Streueffizienz zeigt ebenfalls einen wellenförmigen Verlauf (Abb. 3.3). Bei gegebener Lichtwellenlänge und gegebenem Brechungsindex nimmt die Streueffizienz für größere Teilchen zu und die Wellenstruktur wird zunehmend stärker ausgeprägt. Insbesondere konzentriert sich das Streulicht in einen schmalen Winkelbereich nahe der Vorwärtsrichtung, weshalb Beobachtungen von gestreutem Licht bevorzugt bei großen Phasenwinkeln durchgeführt werden.



**Abbildung 3.3:** Winkelverteilung der Streueffizienz (Streuintensität bezogen auf die Querschnittsfläche) für die Mie-Streuung an Kugeln mit einem Brechungsindex  $m = 1.4$ . Berechnet wurde die Effizienz für eine Wellenlänge von  $1\,\mu\text{m}$  und Kugeln des Radius  $0.5\,\mu\text{m}$ ,  $1\,\mu\text{m}$ ,  $2\,\mu\text{m}$ , entsprechend der Anordnung der Kurven von unten nach oben. Die Normierung wurde so gewählt, dass die höchste vorkommende Streueffizienz aller Kurven 1 beträgt und die relativen Intensitäten der Kurven untereinander korrekt beibehalten werden. Deutlich zu erkennen ist, dass die Streueffizienz für geringe Streuwinkel stark ansteigt. Für Streuteilchen, die größer als die hier abgebildeten sind, steigt zudem die Effizienz der Rückwärtsstreuung deutlich an.

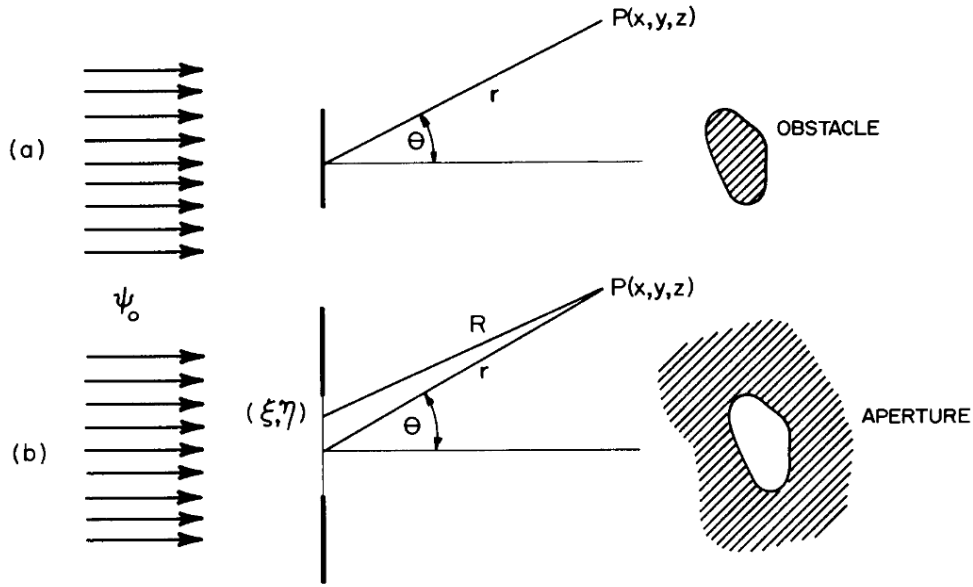
## 3.3 Fraunhofer-Beugung

### 3.3.1 Grundgedanke der Fraunhofer-Beugung

Die *Fraunhofer-Beugung* ist eine Näherungslösung, die das Fernfeld der Beugung von ebenen Wellen an einer beliebig geformten zweidimensionalen Blende beschreibt. Sie erfordert im Vergleich zur Mie-Streuung wenig numerischen Rechenaufwand und erreicht für kleine Streuwinkel eine recht gute Übereinstimmung mit der Mie-Theorie. Daher ist sie ein praktisches Hilfsmittel zur Beschreibung von Streuphänomenen, die nahe der Vorwärtsrichtung beobachtet werden.

Die Beugung einer Welle an einem undurchlässigen Hindernis wird durch das *Kirchhoff'sche Beugungsintegral* beschrieben. Zur Berechnung der Streuung ist es einfacher, den komplet-





**Abbildung 3.4:** (a) Beugung an einem lichtundurchlässigen ebenen Hindernis. (b) Beugung an einer Blende, die die selbe Form wie das Hindernis besitzt (Bohren und Huffman, 1983).

tären Fall einer Lochblende gleicher Größe und Form zu betrachten. Nach dem *Babinet'schen Prinzip* ist für eine Blende der Wert der Wellenfunktion  $\psi(P)$  am Ort  $P$  mit dem für ein Hindernis  $\bar{\psi}(P)$ , welches die gleiche Form wie die Lochblende besitzt, über

$$\bar{\psi}(P) + \psi(P) = \psi_0(P) \quad (3.20)$$

verknüpft.  $\psi_0$  ist dabei der Wert der Wellenfunktion für den ungehinderten Fall, also ohne Hindernis oder Blende.

Die Amplitude  $E_0$  des elektrischen Feldes sei der Einfachheit halber als Skalar angenommen und die Blende liege in der  $x$ - $y$ -Ebene (Abb. 3.4). Die Blende werde durch die Blendenfunktion  $f_B(\xi, \eta)$ ,  $0 \leq f_B \leq 1$ , beschrieben, die die Durchlässigkeit für elektromagnetische Wellen in zwei Dimensionen angibt. Für eine in  $z$ -Richtung einfallende ebene Welle der Form  $E(\mathbf{x}) = E_0 e^{ikz}$  lässt sich das Beugungsintegral wie folgt ausdrücken:

$$\psi(P) = \frac{-ikE_0}{4\pi} \iint f_B(\xi, \eta) \frac{e^{ikR}}{R} (1 + \cos \theta) d\xi d\eta. \quad (3.21)$$

$\psi$  ist dabei die gestreute Amplitude im Punkt  $P(x, y, z)$ , welcher mit dem Blendenmittelpunkt und der Lichteinfallrichtung einen Winkel  $\theta$  einschließt. Mit dem Abstand  $r$  vom Blendenmittelpunkt zum Punkt  $P$  ergibt sich die Entfernung eines auf der Blende befindlichen Punktes  $(\xi, \eta)$  zum Punkt  $P$  als

$$R = \sqrt{r^2 - 2x\xi - 2y\eta + \xi^2 + \eta^2}. \quad (3.22)$$

Bis hierhin ist die Beschreibung durch das Beugungsintegral allgemeingültig, lässt sich jedoch nur in Spezialfällen analytisch integrieren. In der *Fraunhofer-Näherung* wird nun ange-

### 3 Helligkeit der Eisfontänen

nommen, dass die Ausdehnung der Blende klein gegenüber der Entfernung des Schirms ist. Drückt man zusätzlich die Richtung der gestreuten Welle in Kugelkoordinaten  $(\theta, \phi)$  aus, und entwickelt Gl. 3.22 linear in  $\xi/r$  und  $\eta/r$ , erhält man für die Beugung an einer Blende:

$$\psi(P) = E_0 \frac{e^{ikr}}{ikr} S(\theta, \phi), \quad (3.23)$$

$$S(\theta, \phi) = \frac{k^2}{4\pi} \iint f_B(\xi, \eta) e^{-ik \sin \theta (\xi \cos \phi + \eta \sin \phi)} (1 + \cos \theta) d\xi d\eta.$$

Ersetzt man die Blende durch ein Hindernis, erhält man mit Gl. 3.20 und Gl. 3.23

$$\bar{\psi}(P) = E_0 e^{ikz} - E_0 \frac{e^{ikr}}{ikr} S(\theta, \phi). \quad (3.24)$$

Der erste Term beschreibt hier die einlaufende Welle, während der zweite Term die vom Hindernis gestreute Welle darstellt.

Um die Fraunhoferbeugung an einer Kreisblende des Radius  $s$  zu berechnen, sei die Blendenfunktion

$$f_{B,Kreis} = \begin{cases} 1 & : \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \leq s \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgrund der Symmetrie verschwindet die  $\phi$ -Abhängigkeit von Gl. 3.23 und es kann  $\phi = 0$  angenommen werden. Damit vereinfacht sich die Streuamplitude zu

$$S(\theta) = \frac{k^2}{4\pi} \iint f_{B,Kreis}(\xi, \eta) e^{-ik\xi \sin \theta} (1 + \cos \theta) d\xi d\eta.$$

Durch Einführung von Polarkoordinaten  $(\rho, \alpha)$  in der Blendenebene lässt sich die Blendenfunktion durch kreisförmige Integrationsgrenzen ersetzen und die Streuamplitude wird

$$S(\theta) = \frac{k^2}{4\pi} (1 + \cos \theta) \int_0^s \rho d\rho \int_0^{2\pi} e^{-ik\rho \sin \theta \cos \alpha} d\alpha.$$

Berechnet man das Integral über  $\alpha$  mit Hilfe der Integraldarstellung der Besselfunktion  $J_0$ ,

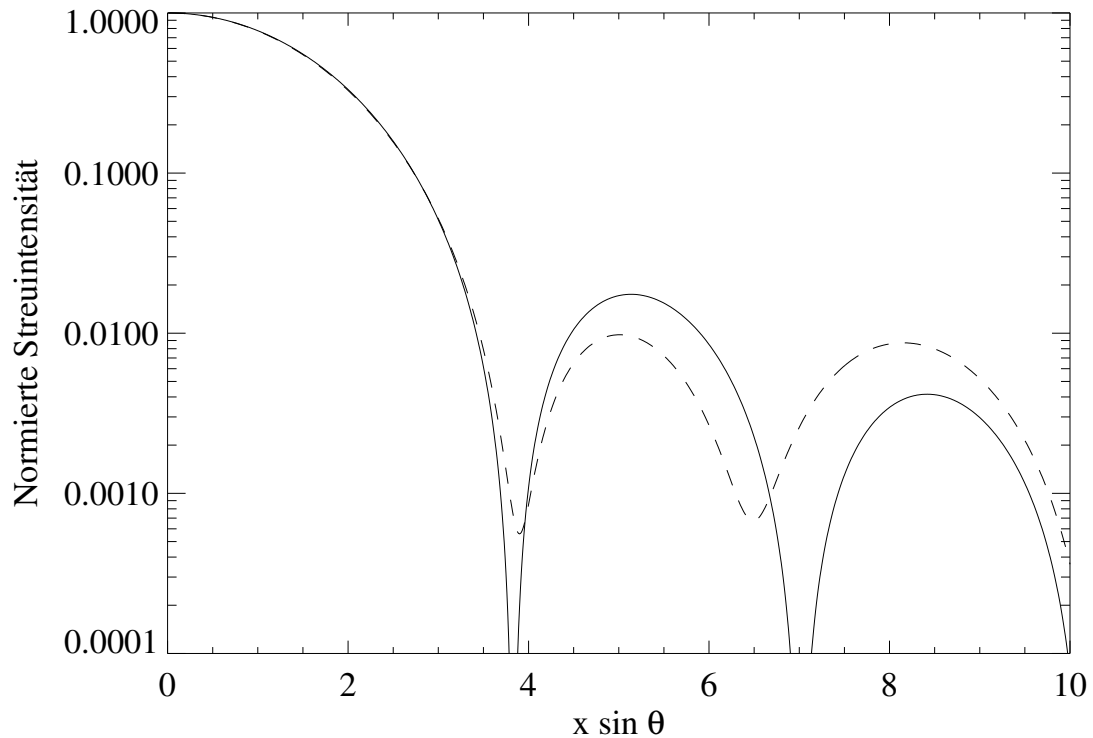
$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{iz \cos \Psi} d\Psi,$$

und setzt  $z \equiv k\rho \sin \theta$  an, ergibt sich

$$S(\theta) = k^2 \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \int_0^s \rho J_0(z(\rho)) d\rho.$$

Mit der Substitutionsregel, der Identität  $d(zJ_1)/dz = zJ_0$  und dem Größenparameter  $x \equiv ks$  ergibt sich die Streuamplitude zu

$$S(\theta) = x^2 \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \frac{J_1(x \sin \theta)}{x \sin \theta}. \quad (3.25)$$



**Abbildung 3.5:** Abhängigkeit der Streuintensität vom Streuwinkel  $\theta$  und dem Größenparameter  $x$  für die Fraunhoferbeugung (durchgezogene Linie) und die Mie-Streuung (gestrichelte Linie), für einen Brechungsindex von  $m = 1.4$ ). Nahezu das gesamte gestreute Licht ist in einem Kegel mit einem Öffnungshalbwinkel von  $\theta \simeq 10/x$  konzentriert.

Da die Fraunhoferbeugung nur für kleine Streuwinkel  $\theta$  eine sinnvolle Näherung für die Mie-Streuung darstellt, kann in der Praxis der Faktor  $(1 + \cos \theta)/2 \approx 1$  gesetzt werden. Damit ergibt sich die gestreute Intensität  $I_F$  im Abstand  $r$  zu

$$I_F(\theta) = \frac{\pi F s^2}{r^2 \sin^2 \theta} J_1^2(ks \sin \theta). \quad (3.26)$$

Der Verlauf der Streuintensität mit dem Beugungswinkel ist in Abb. 3.5 dargestellt.

### 3.3.2 Fraunhofer-Beugung an dielektrischen Medien

In der Form von Gl. 3.25 sind die Abweichungen zur vollen Mie-Theorie auch bei Winkeln  $< 20^\circ$  deutlich. Das liegt daran, dass diese Darstellung nur eine unzureichende Beschreibung der Winkelabhängigkeit enthält, aber auch daran, dass die Fraunhoferbeugung von einem opaken, elektrisch leitenden Streuzentrum ausgeht. Da schon bei Streuwinkeln von wenigen Grad die Wassereisabsorptionsbanden den spektralen Verlauf des Streulichts im nahen Infrarot do-

### 3 Helligkeit der Eisfontänen

minieren, ist diese Vereinfachung oft unzureichend.

Fymat und Mease (1981) vergleichen verschiedene Möglichkeiten, diese Nachteile zu verringern. Im Wesentlichen basiert ihr Ansatz auf der Idee, die aus der Mie-Theorie stammenden Extinktionseffizienz  $Q_{ext}$  zur Verbesserung der Genauigkeit in der Fraunhofer-Näherung heranzuziehen. Dazu vernachlässigt man gegenüber der Mie-Streuung den Imaginärteil der Streuamplituden  $S_i$ , nimmt also einen realwertigen und somit absorptionsfreien Brechungsindex an. Daraus ergibt sich im Vergleich zur reinen Fraunhofer-Streuintensität  $I_F(\theta)$  mit der Modifikation

$$I_{PSP}(\theta) = I_F(\theta) \left( \frac{Q_{ext}^2(k s, m)}{4} \right) = \frac{\pi F s^2}{4 r^2 \sin^2 \theta} J_1^2(k s \sin \theta) Q_{ext}^2(k s, m) \quad (3.27)$$

eine Verbesserung der Genauigkeit bei Winkeln  $\theta < 20^\circ$  um typischerweise eine Größenordnung. Dies wird durch einen erheblich gesteigerten Rechenaufwand erkaufte. Dieser bleibt aber immer noch geringer als für eine vollständige Berechnung der Mie-Streuung. Für besonders aufwendige Berechnungen wie die Inversion des Mieproblems findet diese Methode daher auch heutzutage noch Verwendung.

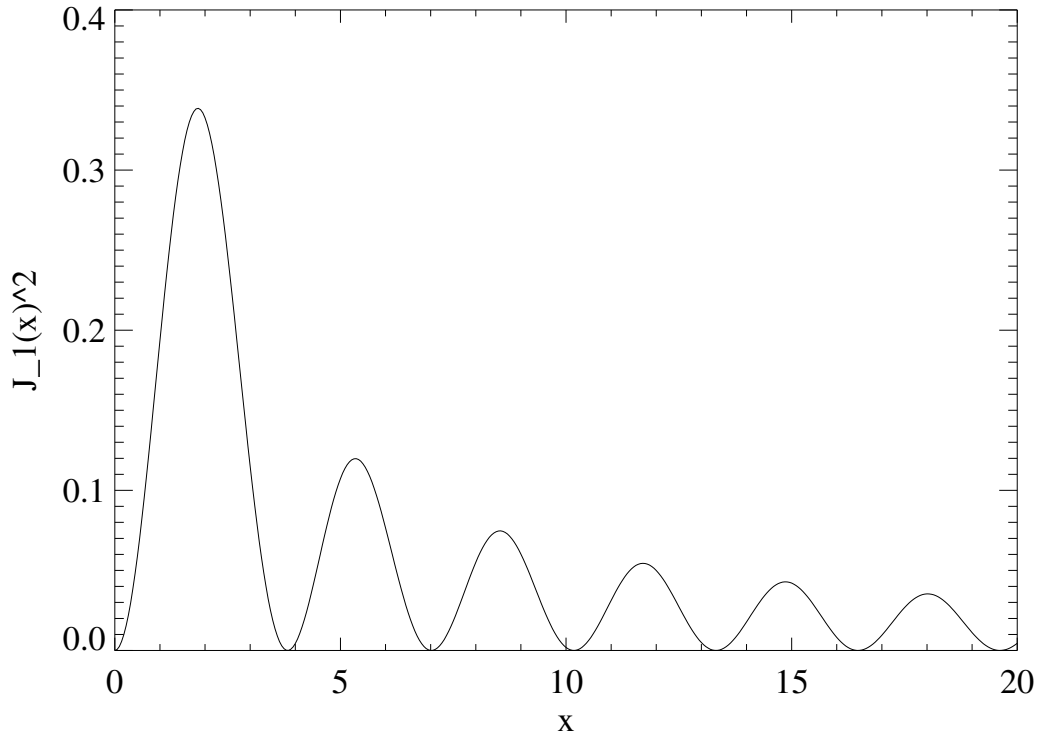
#### 3.3.3 Zusammenhang zwischen Streuwellenlänge und streuender Teilchengröße

In der Fraunhofer-Näherung ist es möglich, einen eindeutigen Zusammenhang zwischen beobachteter Wellenlänge und der typischen für die Streuung verantwortlichen Teilchengröße zu finden. Die zu Grunde liegende Idee und der Gültigkeitsbereich sollen hier diskutiert werden.

Aus Gl. 3.26 folgt bei gegebenem Streuwinkel  $\theta$ , dass die Streuintensität an der Wellenlänge  $\lambda \equiv 2\pi/k$  vorrangig von denjenigen Partikelgrößen  $s$  bestimmt wird, für die das Quadrat der Besselfunktion  $J_1^2(k s \sin \theta)$  lokale Maxima besitzt. Dies ist für  $k s \sin \theta = 1.84, 5.33, 8.53, \dots$  der Fall (s. Abb. 3.6). Für einen Streuwinkel von  $\theta = 20^\circ$  (mit  $\sin 20^\circ = 0.342$ ), der ungefähr der Geometrie der hier untersuchten Enceladus-Beobachtungen von Cassini entspricht, gilt für das erste Maximum also  $s \approx 0.856\lambda$ .

Schon im Falle einer sehr flachen Größenverteilung  $\sim s^{-2}$ , die die in Gl. 3.26 auftretende Querschnittsfläche ( $\sim s^2$ ) ausgleicht, dominiert das erste Maximum von  $J_1^2$  die Streuung und der Anteil verschiedener Größen an der Streuung entspricht Abb. 3.6. Für realistische, deutlich steilere Größenverteilungen ( $s^{-k}$  mit  $k \gtrsim 3$ ) wird der Einfluss der weiteren Maxima zunehmend schwächer und der Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Teilchengröße wird in guter Näherung über das erste Maximum definiert.

Für eine Größenverteilung  $n(s)ds = n_0 s^{-r} ds$  lässt sich der in Fraunhofer-Streuung resultierende Spektralindex berechnen. Die quadrierte Besselfunktion  $J_1^2$  kann mit der Lage ihres



**Abbildung 3.6:** Darstellung des Quadrats der Besselfunktion  $J_1^2(x)$ , die mit  $J_1^2(ks \sin \theta)$  die Effizienz der Fraunhoferbeugung bestimmt. Die Lage (Höhe) der ersten drei Maxima beträgt 1.84 (0.339), 5.33 (0.120), 8.53 (0.0745).

ersten Maximums bei  $x_0 = 1.84$  unter Vernachlässigung konstanter Vorfaktoren zu einer Dirac'schen  $\delta$ -Funktion  $\delta(ks \sin \theta - x_0)$  idealisiert werden. Mit Gl. 3.26 ergibt sich

$$I_F \sim \int_0^\infty s^2 n(s) \delta(ks \sin \theta - x_0) ds,$$

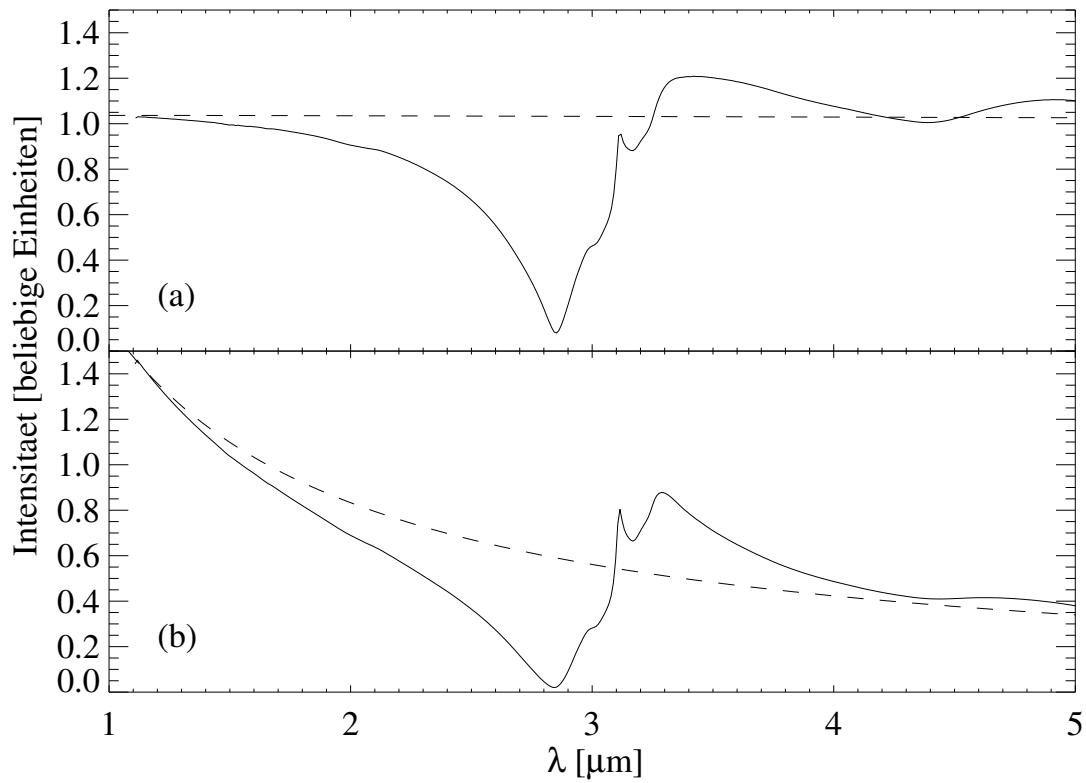
woraus nach der Substitution  $x = ks \sin \theta$

$$\begin{aligned} I_F &\sim \int_0^\infty \frac{x^2}{k^3 \sin^3 \theta} n\left(\frac{x}{k \sin \theta}\right) \delta(x - x_0) dx \\ &\sim \frac{x_0^2}{k^3 \sin^3 \theta} n\left(\frac{x_0}{k \sin \theta}\right) \\ &\sim (\sin \theta)^{(r-3)} n_0 \lambda^{-r+3} \end{aligned} \quad (3.28)$$

folgt. Somit wird, wie auch in Abb. 3.7 zu sehen, für eine Größenverteilung  $\sim s^{-3}$  ein konstanter spektraler Verlauf erreicht.

In der Lösung für dielektrische Medien (Gl. 3.27) kommt noch eine Gewichtung mit der Mie-Streueffizienz  $Q_{ext}^2$  hinzu. Die Lage ihres Hauptmaximums hängt nur vom Brechungsindex  $m$  ab, ist also unabhängig vom Streuwinkel. Für  $m = 1.3$ , typisch für Wassereis außerhalb

### 3 Helligkeit der Eisfontänen



**Abbildung 3.7:** Spektren der Fraunhoferstreuung an Partikeln mit dem Brechungsindex  $m = 1.3$  beziehungsweise dem in Abb. 3.8 gezeigten Verlauf des Brechungsindex. Die gestrichelte Linie stellt jeweils die Fraunhoferstreuung an opaken Kugeln dar, die durchgezogene Linie die Streuung an dielektrischen Partikeln. In (a) wurde für die Partikel eine differentielle Größenverteilung von  $\sim s^{-3}$  zu Grunde gelegt, für (b) eine Verteilung  $\sim s^{-4}$ .

der Absorptionsbanden, liegt das Hauptmaximum bei  $x = ks = 2\pi s/\lambda = 6.2$  und somit gilt  $s \approx 0.987\lambda$ . Bei einem Streuwinkel von  $\theta = 20^\circ$  fällt dieses Maximum ungefähr mit dem ersten Maximum von  $J_1^2$  zusammen. Für den dielektrischen Fall ergibt sich also nur eine Modulation der Besselfunktion mit dem Mie-Streuquerschnitt, aber keine Verschiebung des Maximums.

## 3.4 Numerische Umsetzung der Mie-Streuung

### 3.4.1 Berechnungsalgorithmus für die Streumatrix

Für eine praktikable numerische Umsetzung werden die Streukoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  (Gln. 3.13, 3.14) in folgender Weise umgeschrieben:

$$a_n = \frac{[D_n(mx)/m + n/x] \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{[D_n(mx)/m + n/x] \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)}, \quad (3.29)$$

$$b_n = \frac{[mD_n(mx) + n/x] \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{[mD_n(mx) + n/x] \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)}. \quad (3.30)$$

Dabei wurde die logarithmische Ableitung

$$D_n(\rho) = \frac{d}{d\rho} \ln \psi_n(\rho) \quad (3.31)$$

eingeführt und mit Hilfe der Rekursionsformeln

$$\psi'_n(x) = \psi_{n-1}(x) - \frac{n\psi_n(x)}{x}, \quad \xi'_n(x) = \xi_{n-1}(x) - \frac{n\xi_n(x)}{x} \quad (3.32)$$

die Ableitungen  $\psi'_n$  und  $\xi'_n$  aus den Ausdrücken für die Streukoeffizienten eliminiert. Da die Funktionswerte der vorigen Ordnung  $\psi_{n-1}$  und  $\xi_{n-1}$  sowieso berechnet werden müssen, wird die numerisch aufwendige Berechnung der Ableitung eingespart, ohne zusätzlichen Rechenaufwand zu verursachen.

Die Riccati-Bessel-Funktionen  $\psi_n(\rho)$  und  $\xi_n(\rho)$  können über ihre Darstellung in den sphärischen Bessel-Funktionen

$$\begin{aligned} \psi_n(\rho) &= \rho j_n(\rho) \\ \xi_n(\rho) &= \rho [j_n(\rho) + iy_n(\rho)] \end{aligned}$$

auf deren Rekursionsformel zurückgeführt werden. Diese lautet

$$z_{n-1}(\rho) + z_{n+1}(\rho) = \frac{2n+1}{\rho} z_n(\rho), \quad (3.33)$$

wobei  $z_n$  jeweils für  $j_n$  wie auch für  $y_n$  steht. Mit den ersten beiden Ordnungen

$$\begin{aligned} j_0(\rho) &= \frac{\sin \rho}{\rho}, & j_1(\rho) &= \frac{\sin \rho}{\rho^2} - \frac{\cos \rho}{\rho}, \\ y_0(\rho) &= -\frac{\cos \rho}{\rho}, & y_1(\rho) &= -\frac{\cos \rho}{\rho^2} - \frac{\sin \rho}{\rho} \end{aligned}$$

sind alle Ordnungen der sphärischen Besselfunktionen, wie auch die davon abgeleiteten Riccati-Bessel-Funktionen  $\psi_n$  und  $\xi_n$ , definiert und iterativ berechenbar.

### 3 Helligkeit der Eisfontänen

Mit der Rekursionsrelation

$$D_{n-1} = \frac{n}{\rho} - \frac{1}{D_n + n/\rho}$$

lässt sich auch die logarithmische Ableitung  $D_n$  berechnen. Somit ist nun die Berechnung der Koeffizienten durchweg rekursiv definiert.

Da es bei einer Berechnung im Computer zwangsläufig zu Rundungsfehlern kommt, ist es wichtig, das Verhalten des Fehlers beim Berechnen des Iterationsschritts  $(n-1) \rightarrow n$  (beziehungsweise  $(n+1) \rightarrow n$ ) zu kennen. Wünschenswert ist es, *Stabilität* der Iteration zu erreichen, also eine Verringerung des Rundungsfehlers mit jedem Iterationsschritt.

Für die sphärischen Besselfunktionen  $y_n$  ist Stabilität bei einer rekursiven Berechnung der  $y_n$  mit aufsteigendem  $n$  gegeben. Für die Fehler  $e_n$  der rekursiv berechneten  $y_n$  gilt also  $|e_{n+1}| < |e_n|$ . Die sphärischen Besselfunktionen  $j_n$  und die logarithmische Ableitung  $D_n$  sind hingegen gegenüber einer absteigenden Iteration  $n \rightarrow n-1$  stabil, das heißt  $|e_{n-1}| < |e_n|$  (Abramowitz und Stegun, 1964; Kattawar und Plass, 1967).

Im Falle der absteigenden Rekursion müssen die Anfangswerte  $D_n$  und  $j_n$  für  $n = n_{max}$  mittels einer expliziten Formel berechnet werden.  $n_{max}$  bezeichnet hier die Ordnung des höchsten benötigten Streukoeffizientens. Da deren Berechnung in beiden Fällen einen hohen Rechenaufwand erfordert, wird sie im verwendeten Algorithmus vermieden. Für  $D_n$  lässt sich ein Anfangswert der absteigenden Rekursionsformel dadurch ermitteln, dass die Rekursion schon bei  $n_{max} + 15$  mit 0 initialisiert wird. Gemäß Kattawar und Plass (1967) ist so durch die hohe Stabilität dieser Rekursion gewährleistet, dass bei  $n_{max}$  ein für unsere Zwecke ausreichender Fehler  $|e_n| < 10^{-12}$  erreicht wird.

Wiscombe (1980) hat gezeigt, dass es unter der Voraussetzung niedriger bis mittlerer Absorption mit  $|\text{Im}\{m\}| \lesssim 1$  (für den komplexwertigen Brechungsindex  $m$ ) möglich ist,  $j_n$  auch mittels aufsteigender Rekursion hinreichend zuverlässig zu berechnen. Da diese Bedingung über den gesamten Spektralbereich des hier betrachteten Wassereis erfüllt ist, wurde  $j_n$  ohne Einschränkung der Rechengenauigkeit auf diese Weise berechnet. Ein Vergleich mit Streukoeffizienten, die mittels absteigender Rekursion berechnet wurden, hat identische numerische Resultate ergeben und erweist so die Vereinfachung als gerechtfertigt.

Als maximale Ordnung  $n_{max}$ , bis zu der die Reihenentwicklung der Streukoeffizienten zu berechnen ist, übernehmen wir die von Bohren und Huffman (1983) angegebene Parametrisierung

$$n_{max} = \begin{cases} x + 4.05x^{1/3} + 2, & 8 < x < 4200 \\ x + 4x^{1/3} + 2, & \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.34)$$

mit dem Größenparameter  $x$  des Streuteilchens. Die damit erreichte Genauigkeit ist für alle relevanten Streu Größen durchweg besser als  $10^{-6}$ , wie durch Hinzufügen weiterer Ordnungen überprüft werden konnte und damit für unsere Zwecke hinreichend gut bestimmt.



### 3.4.2 Formulierung für ein Ensemble aus Teilchen

Die bisherigen Überlegungen gelten streng genommen nur für ein einzelnes Streuteilchen. Da die Partikel im hier betrachteten Fall jedoch eine breite Größenverteilung aufweisen, ist eine Verallgemeinerung auf ein Ensemble von Teilchen notwendig. Für die Umsetzung in einer numerischen Simulation ist es vorteilhaft, das Streuproblem für  $N_i$  Teilchen mit der Größe  $s_i$  zu formulieren.

Zuerst beschreiben wir die Streuung von unpolarisiertem Licht der Wellenlänge  $\lambda$  und der Intensität  $I_i$  an einem Teilchen der Größe  $s_d$  und dem Brechungsindex  $m$ . Das Streulicht werde unter einem Winkel  $\theta$  zur Einfallrichtung beobachtet. Mit den Streukoeffizienten  $S_1$  und  $S_2$  ergibt sich die gestreute Intensität  $I_s$  zu

$$I_s = \frac{1}{k^2 r^2} S_{11} I = \frac{1}{k^2 r^2} \frac{1}{2} (|S_2|^2 + |S_1|^2) I_i. \quad (3.35)$$

Dabei bezeichnet  $r$  den Abstand des Detektors zum Streuzentrum und  $k \equiv 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl. Das Spektrum ergibt sich aus der Abhängigkeit der Streukoeffizienten von der Wellenlänge und dem wellenlängenabhängigen Brechungsindex  $m(\lambda)$ .

Um statt der Intensität die häufig verwendete Größe  $I/F$  als Maß der gestreuten Intensität  $I$  bezogen auf die einfallende Sonnenintensität  $\pi F$  zu erhalten, formuliert man 3.35 wie folgt um:

$$\frac{I}{F} = \frac{\pi}{k^2 r^2} S_{11} = \frac{\pi}{k^2 r^2} \frac{1}{2} (|S_2|^2 + |S_1|^2). \quad (3.36)$$

Die Dichte der Staubteilchen im Enceladus-Plume ist niemals größer als  $1 \text{ cm}^{-3}$ , weshalb der mittlere Teilchenabstand viel größer als die Teilchengröße ist. Es ist somit gerechtfertigt, die gestreute Intensität der Fontänen als überlagerte Streuung an Einzelteilchen zu beschreiben:

$$I_{ges}(\lambda) = \sum_j N_j I_j(s_j, m_j, \theta_j; \lambda). \quad (3.37)$$

Dabei bezeichnet  $I_j$  die gestreute Intensität für ein einzelnes Teilchen der Größe  $s_j$  und  $N_j$  die Anzahl der Teilchen dieser Größe.

Die Streuspektren einer einzelnen Teilchengröße enthalten schmale, stark ausgeprägte Resonanzlinien. Deren Höhe und genaue Lage im Spektrum hängt von der angenommenen Teilchenform und der angenommenen Teilchengröße ab. Da beide Größen für die betrachteten Staubfontänen stark variieren, ist bei der Berechnung der Spektren darauf zu achten, dass die Stützstellen für die Größenverteilung hinreichend eng zusammen liegen. Nur so können sich die einer bestimmten Teilchengröße zugeordneten Linien glatt herausmitteln. In der Praxis haben sich Abstände im Größenparameter  $x \equiv 2\pi s_d/\lambda$  von  $x \ll 0.1$  als nötig erwiesen, um diese numerischen Artefakte zu vermeiden. Da die eingehenden Größenverteilungen üblicherweise sehr viel gröber unterteilt sind, wurde auf ein entsprechend feines Gitter interpoliert.

#### 3.4.3 Vorgehensweise zur numerischen Umsetzung

Da die hier vorkommenden Säulendichten optisch dünn sind und sich somit das Streulicht aller Partikel entlang des Sehstrahls addiert, wurden die Teilchenzahlen der einzelnen Partikelgrößen parallel zur Sichtlinie auf ein zweidimensionales Gitter summiert. Daraus können nun nach dem oben beschriebenen Verfahren Spektren für einzelne Bildelemente oder durch weitere Summation für einen gewählten Bildausschnitts berechnet werden.

Um daraus ein Bild zu erhalten, wurde für jedes Pixel ein Spektrum errechnet, aus dem mittels Integration über die jeweils anzuwendende Filterkurve die Intensität bestimmt wurde.

Bei den optischen Cassini-Beobachtungen, die mit den simulierten Daten nachgestellt werden sollen, handelt es sich um Aufnahmen, die lediglich Bildwinkel von  $< 0.5^\circ$  überdecken. Der Streuwinkel kann daher über den Bildausschnitt als konstant angenommen werden. Die Streueffizienz ist somit nur eine Funktion der Wellenlänge  $\lambda$  und der Teilchengröße  $s_d$ . Die numerisch aufwendig zu bestimmen Mie-Koeffizienten sind daher für alle Pixel des Bildes annähernd gleich und müssen nur einmal berechnet werden.

Dazu werden für alle vorkommenden Partikelgrößen  $s_d$  die Spektren für ein einzelnes Streuteilchen berechnet und als Bibliothek abgelegt. Bei gegebener Größenverteilung  $N_j$  lässt sich daraus gemäß Gl. 3.37 ein Spektrum bestimmen.

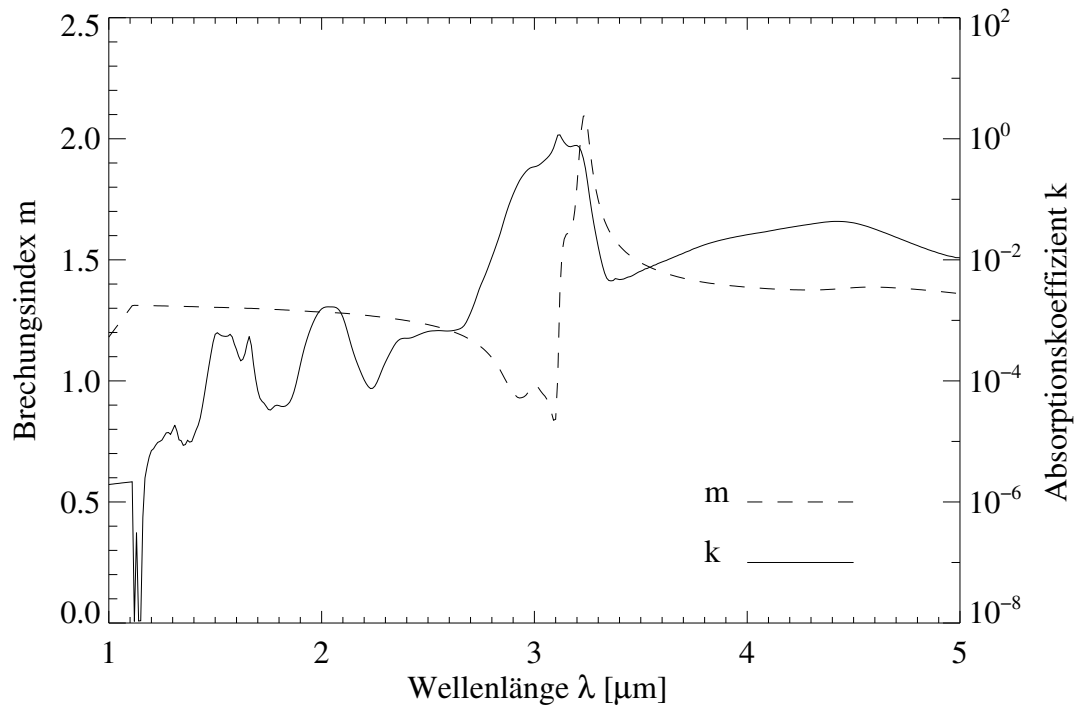
### 3.5 Optische Eigenschaften von Wassereis

Essentiell für Streuungsrechnungen sind Daten über den Verlauf der optischen Konstanten (Brechungsindex, Absorptionskoeffizient) des zugrunde liegenden Materials im relevanten Spektralbereich. CDA-Messungen der chemischen Zusammensetzung der Plume-Teilchen ergaben, dass Wassereis mit über 90% Hauptbestandteil der streuenden Teilchen ist (Postberg et al., 2008; Hillier et al., 2007).

Die VIMS-Spektren, die durch Simulationen reproduziert werden sollen, zeigen einen Bereich von  $1.0\mu\text{m} < \lambda < 5.0\mu\text{m}$ . Zur Beschreibung dieser Spektren sind die von Mastrapa et al. (2008, 2009) vorgestellten Labormessungen der optischen Konstanten von Wassereis gut geeignet, da sie den Infrarotbereich von  $1.1\mu\text{m} < \lambda < 22\mu\text{m}$  abdecken.

Die Autoren schieden Wassereis in amorpher und kristalliner Form aus der Dampfphase auf ein Substrat ab und haben dessen Transmissionsspektrum im Infrarotlicht bei Wellenlängen von  $1.1\mu\text{m}$  bis  $22\mu\text{m}$  aufgenommen. Die Schichtdicken lagen dabei zwischen  $20\mu\text{m}$  und  $50\mu\text{m}$ .

Messungen wurden bei Proben Temperaturen zwischen 20 K und 150 K in Abstufungen von jeweils 10 K durchgeführt. So war es möglich, die Temperaturabhängigkeit des spektralen Verlaufs zu ermitteln. Da der Kristallisationspunkt von Wassereis bei 140 K liegt, oberhalb dessen



**Abbildung 3.8:** Darstellung der verwendeten optischen Daten für Wassereis. Dabei handelt es sich um die in Mastrapa et al. (2008, 2009) veröffentlichten Messungen von kristallinem Wassereis bei 40 K. Stark sichtbar ist die Absorptionslinie bei  $3\mu\text{m}$ , in deren Bereich ein Vergleich von Simulation und Daten für unsere Zwecke nicht möglich ist.

Wassereis eine kristalline Konfiguration einnimmt, sind Messungen an amorphem Wassereis nur bis 130 K möglich.

Der Kristallisationspunkt beeinflusst auch, in welcher Konfiguration sich das Eis auf dem Träger niederschlägt. Wachstum bei 100 K und weniger erzeugt eine amorphe Struktur, während Wachstum bei 150 K zu kristallinen Strukturen führt, die auch bei anschließender Abkühlung erhalten bleibt.

Aufgrund des vermuteten Entstehungsprozesses der Eispartikel bei Temperaturen nahe dem Tripelpunkt von Wasser mit nachfolgender Abkühlung haben wir für unsere Simulationen eine kristalline Struktur angenommen. Die hier verwendeten optischen Konstanten wurden bei einer Temperatur von 40 K gemessen, was der erwarteten Temperatur von Eispartikeln im Saturnsystem entspricht (Abb. 3.8).

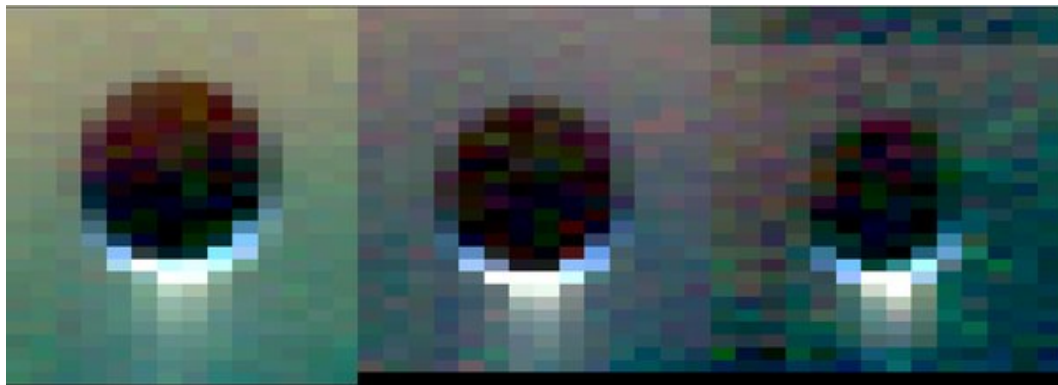
### *3 Helligkeit der Eisfontänen*

## 4 Beobachtung

Ziel dieser Arbeit ist die Berechnung von simulierten optischen Bildern und Spektren der Enceladus-Plumes und deren Vergleich mit existierenden Cassini-Beobachtungen. Dazu kommen grundsätzlich Aufnahmen des *Imaging Science Subsystem* (ISS) und des *Visual and Infrared Mapping Spectrometer* VIMS in Frage.

ISS zeichnet Bilder in visuellen Wellenlängenbereichen auf, das Team hat jedoch bisher keine Plume-Daten publiziert. Schmidt et al. (2008) haben daher ISS-Daten aus dem Planetary Data System (PDS) kalibriert und daraus die Intensität I/F in Abhängigkeit von der Höhe über der Mondoerfläche abgeleitet. VIMS ist ein abbildendes Spektroskop, das zweidimensional aufgelöste Spektren im visuellen bis mittelinfraroten Licht ( $0.3\text{--}5\text{ }\mu\text{m}$ ) liefern kann.

In diesem Kapitel sollen nun VIMS-Beobachtungen vorgestellt werden (Abb. 4.1) und im Vergleich mit simulierten Daten diskutiert werden (Abb. 4.2 und 4.6), die für die gleiche Beobachtungsgeometrie erzeugt wurden. Ein eingehender Vergleich mit ISS-Daten, der sich ebenfalls anbieten würde, ist nicht möglich, da diese bislang nicht zur wissenschaftlichen Verwendung außerhalb des ISS-Teams freigegeben wurden.



**Abbildung 4.1:** Aus den VIMS-Datenkuben gewonnene Bilder des Enceladus-Plumes (Hedman et al., 2009). Jedes Bild entspricht dabei einem der drei zusammengefassten Datenkuben. Die mittleren Aufnahmeentfernungen betragen 131 700 km, 139 500 km sowie 158 300 km. Die Farbkanäle für Rot, Grün und Blau entsprechen Wellenlängen von  $2.37\text{ }\mu\text{m}$ ,  $1.70\text{ }\mu\text{m}$  sowie  $0.88\text{ }\mu\text{m}$ . Die Scheibe des Enceladus tritt gegenüber dem E-Ring-Hintergrund als schwarze Silhouette hervor. Die Ausrichtung der Bilder ist derart gewählt, dass die aktive Südpolregion des Enceladus nach unten zeigt.

### 4.1 Beschreibung der VIMS-Nahinfrarotdaten

Hedman et al. (2009) beschreiben die Beobachtung des Enceladus-Plumes mit dem abbildenden Infrarot-Spektrometer VIMS. Dazu wurde über einen Zeitraum von 4.5 Stunden eine Serie von Aufnahmen gewonnen, die zu drei Einzelaufnahmen zusammengefasst und addiert wurden (Abb. 4.1). Während des Aufnahmezeitraums veränderte sich der Phasenwinkel minimal von  $160^{\circ}6$  bis  $161^{\circ}4$ , die Entfernung zum Enceladus-Zentrum wuchs von anfänglich 126 200 km bis auf 163 000 km.

Jede dieser drei kombinierten Aufnahmen umfasst ein zweidimensionales Bild der Enceladus-Eisfontänen von  $40 \times 30$  beziehungsweise  $30 \times 30$  Pixeln, von denen jeder Pixel ein Spektrum im Nahinfraroten mit  $1\,\mu\text{m} < \lambda < 5\,\mu\text{m}$  bei einer Auflösung von  $\lambda/\Delta\lambda \approx 275$  enthält.

Die Orientierung der Kamera ist dabei so gewählt, dass eine Bildkante mit der Polachse des Enceladus zusammenfällt, welche wiederum der Hauptausströmrichtung des Plumes entspricht. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu verbessern, wurden die Spektren nun senkrecht zur Polachse aufsummiert, sodass sich eine Abfolge der Spektren in Abhängigkeit von der Höhe über der Enceladusoberfläche ergibt.

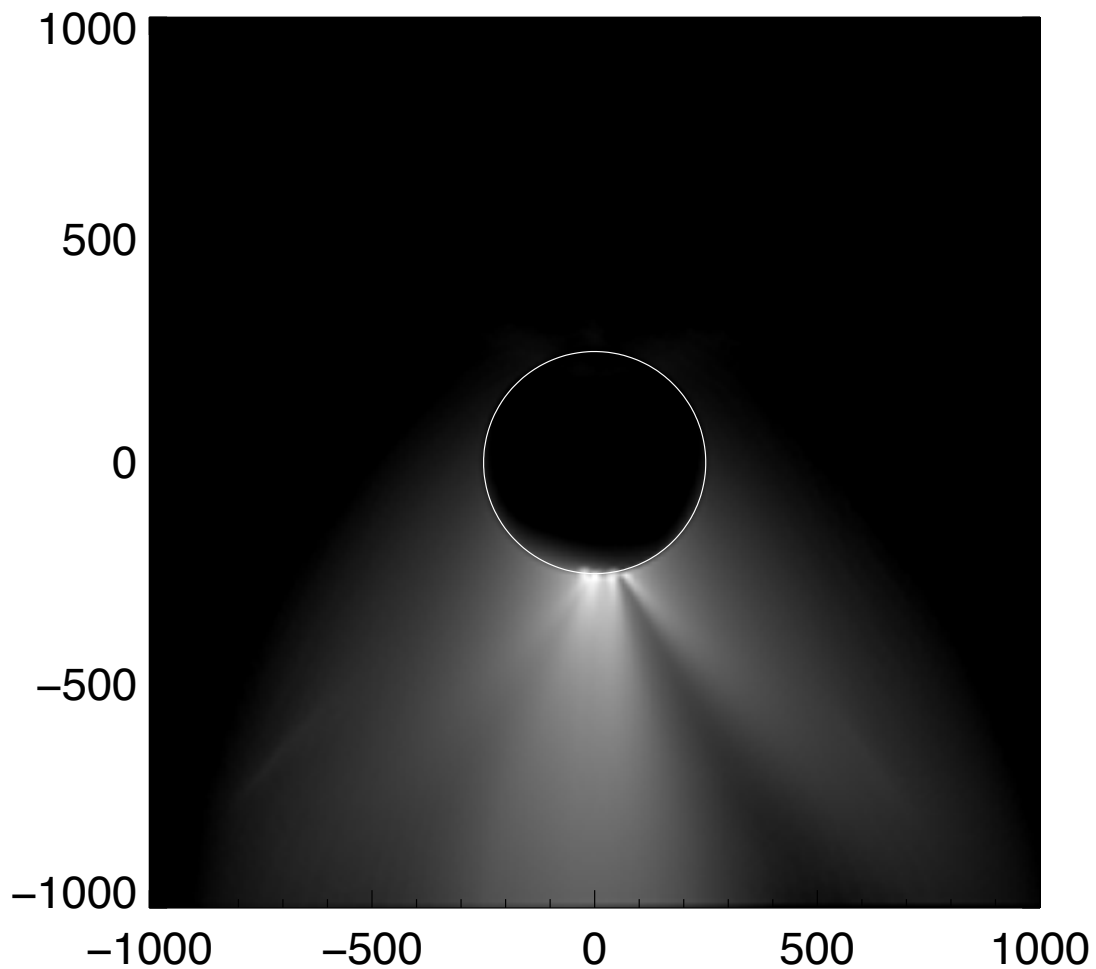
Da das gestreute Licht unter dieser Geometrie noch keine großen Abweichungen von der Fraunhoferbeugung zeigt, ist der Zusammenhang zwischen der Teilchengröße und der vorrangig gestreuten Wellenlänge so schmalbandig, dass daraus eine Größenverteilung der Streupartikel rekonstruiert werden konnte. Da Partikel einer bestimmten Geschwindigkeit auch nur eine maximale Höhe erreichen können, wurde zudem mit Hilfe einer Zwiebschalen-Methode eine Geschwindigkeitsverteilung bei Austritt aus der Oberfläche hergeleitet.

Hier soll der umgekehrte Weg gegangen werden. Für die von Schmidt et al. (2008) vorhergesagten Größen- und Geschwindigkeitsverteilung werden mit Hilfe numerischer Integration dreidimensionale Dichteverteilungen berechnet. Daraus wird mittels Mie-Streuung eine Vorhersage über die Streulichtspektren getroffen und mit den Beobachtungsdaten verglichen und diskutiert.

### 4.2 Analyse der VIMS-Beobachtungen

Für einen Vergleich mit den Simulationen stehen die in Hedman et al. (2009) vorgestellten kalibrierten VIMS-Spektren zur Verfügung, die bei Wellenlängen von  $\lambda = 1 \dots 5\,\mu\text{m}$  aufgenommen wurden. Sie decken einen Bereich von 30 km bis 280 km Höhe über der Enceladusoberfläche ab und sind in Abständen von 30-40 km abgestuft.

Die Reduktion der Daten erfolgte mit den durch die VIMS-Pipeline vorgegebenen Standardmethoden. Da die räumliche Auflösung und das Signal-zu-Rauschverhältnis nicht für eine zweidimensionale Analyse der Jets ausreichen, wurde das gemessene Signal in Zeilen senk-



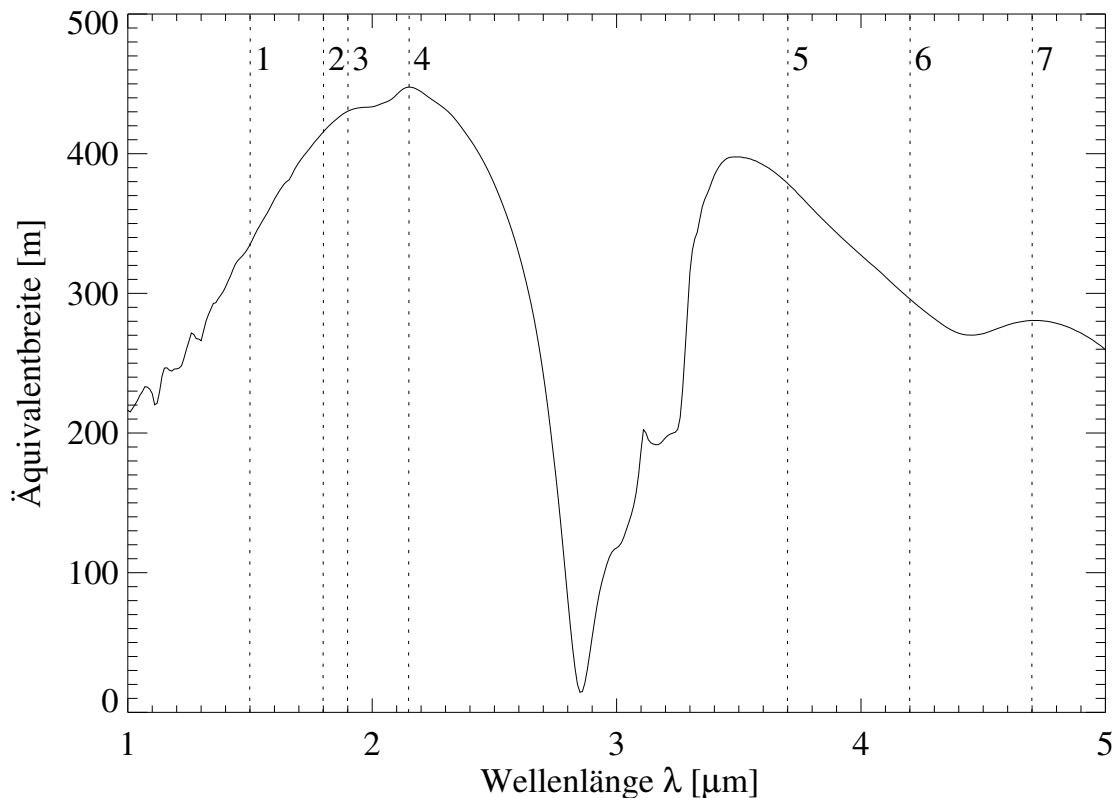
**Abbildung 4.2:** Simuliertes Bild der Staubfontänen des Enceladus. Die Geometrie und der abgedeckte Spektralbereich entspricht dabei den VIMS-Beobachtungen von Hedman et al. (2009).

recht zur Jetachse aufsummiert und der ermittelte Fluss in Form von Äquivalentbreiten ausgedrückt (Zur Begriffsklärung siehe Gl. 3.4). Zudem wurde der durch den E-Ring verursachte Hintergrundfluss subtrahiert. Das dazu verwendete Verfahren wird im Detail in Kap. 4.3.4 diskutiert.

Insgesamt sind drei Datenkuben mit Spektren verschiedener Höhen vorhanden, die bei verschiedenen mittleren Abständen von Enceladus aufgenommen wurden (Abb. 4.1).

In Abb. 4.6 sieht man, dass die gemessenen Äquivalentbreiten zwischen den verschiedenen Messreihen um einen Faktor von nahezu 2 variieren, wohingegen der spektrale Verlauf gleich bleibt. Dies schreiben die Autoren in erster Linie Unsicherheiten bei der Subtraktion des E-Ring-Hintergrundes zu. Eine Variabilität der Eisfontänen könnte ebenfalls zu diesen

#### 4 Beobachtung



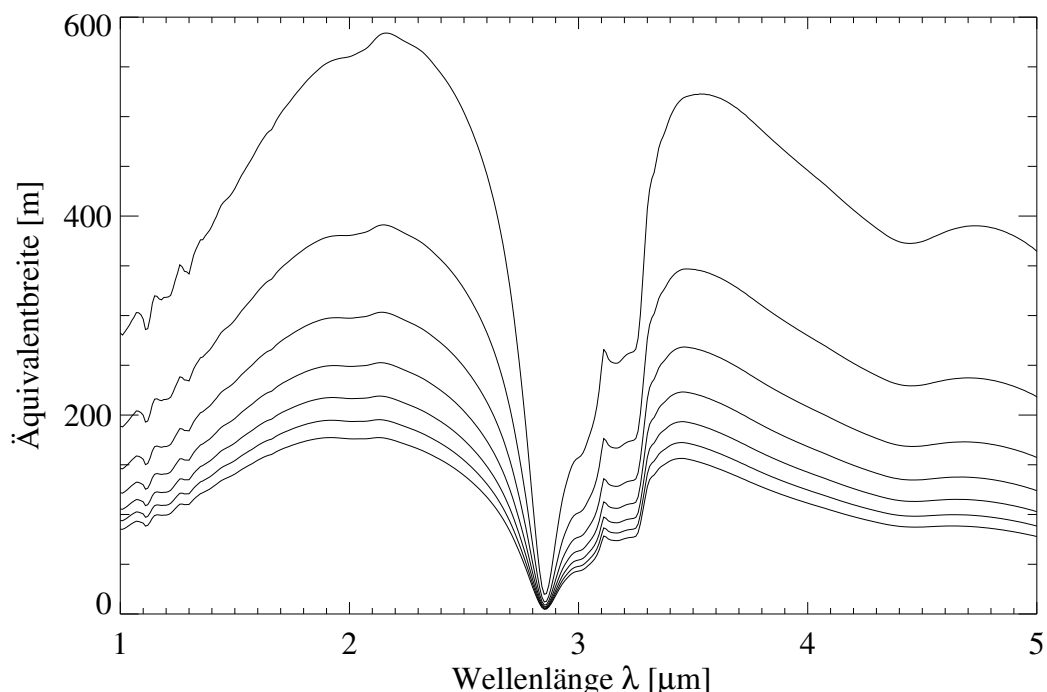
**Abbildung 4.3:** Die senkrechten gepunkteten Linien zeigen die zur Extraktion von Flüssen und Spektralindizes genutzten Wellenlängen (siehe Text). Diese Wahl der Wellenlängen vermeidet ausgeprägte Absorptionslinien, überdeckt aber den gesamten spektralen Bereich zur Berechnung von Spektralindizes. Die Linien 1 und 2 umschließen den glatten Kontinuumsverlauf zwischen 1.5 und 1.8  $\mu\text{m}$ , das nächste Linienpaar misst den Kontinuumsverlauf beiderseits der Absorptionsbande bei 2.05  $\mu\text{m}$ . Die drei Extraktionswellenlängen oberhalb der tiefen Absorptionslinien bei 3  $\mu\text{m}$  ermöglichen es, den Spektralindex mit und ohne Berücksichtigung der schwachen Absorptionsbande zwischen 4 und 4.5  $\mu\text{m}$  zu bestimmen.

Unterschieden beitragen. Ob es überhaupt eine Variabilität der Amplitude auf Zeitskalen von wenigen Stunden gibt, ist bislang nicht geklärt.

Für die weiteren Untersuchungen wurde der Datenkubus 3 verwendet, der in seiner Normierung am Besten mit den simulierten Äquivalentbreiten übereinstimmt. Ein Vergleich mit den Simulationen ist nur in den Spektralbereichen sinnvoll, die nicht von starken Absorptionsbanden beherrscht werden. Zum einen haben hier Abweichungen in der Teilchengengeometrie einen stärkeren Einfluss, andererseits führen die gekrümmten spektralen Verläufe zu einem höheren Messfehler. Daher wurde bei der Extraktion von Spektralindizes und Äquivalentbreiten der Bereich von 2.2 – 3.5  $\mu\text{m}$  nicht berücksichtigt. Die zur Extraktion verwendeten Wellenlängen und deren Bezeichnungen werden in Abb. 4.3 gezeigt.



### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

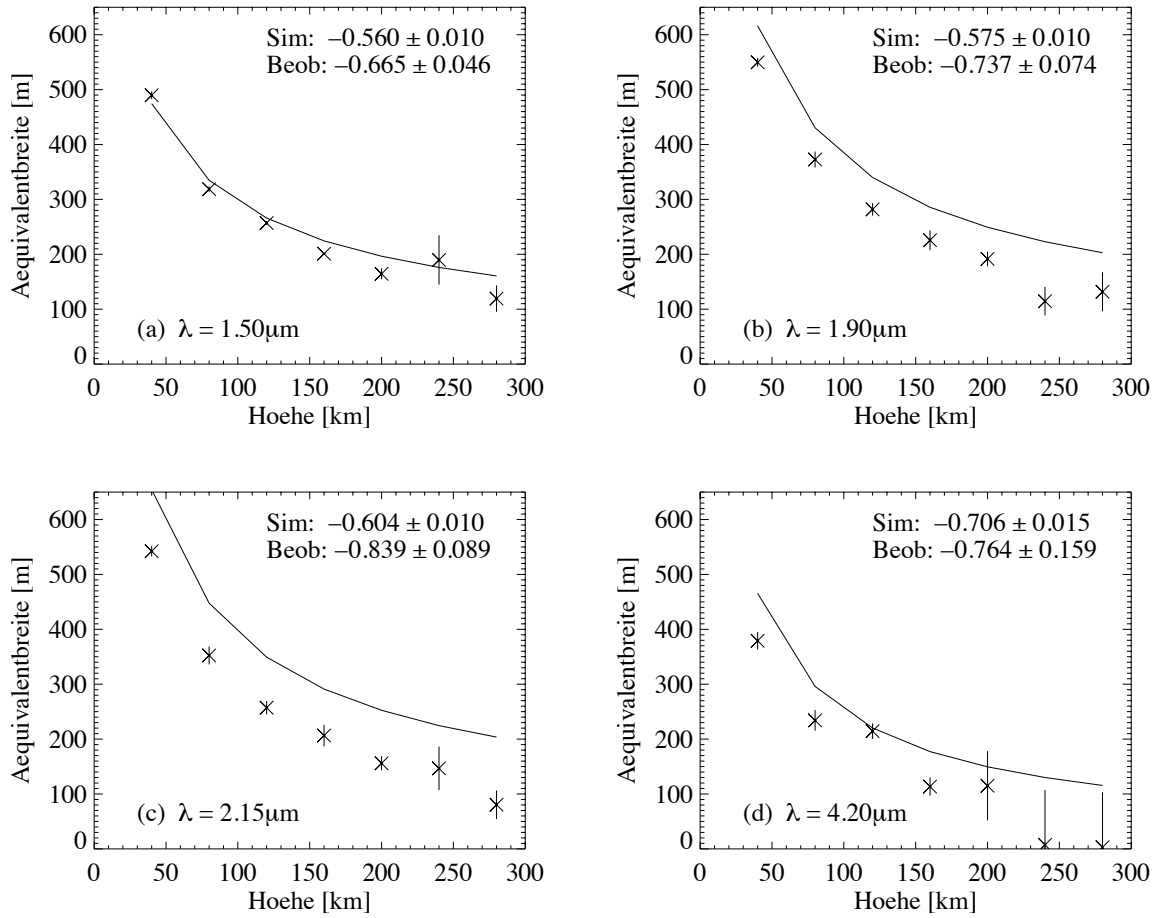


**Abbildung 4.4:** Simulierte Infrarotspektren der Eisfontänen über dem Südpol des Enceladus. Von oben nach unten zeigen sie im Abstand von jeweils 50 km den spektralen Verlauf des gestreuten Lichts in Höhen von 50 km bis 350 km über der Mondoberfläche.

Um Flüsse und Spektralindizes aus den Daten zu bestimmen, wurden auf den Wellenlängenintervallen [1,2], [3,4], [5,6] und [5,7] Potenzgesetze an die Datenpunkte angepasst. Dazu wurde eine Regressionsanalyse verwendet, in der eine Gewichtung anhand des inversen Fehlers der einzelnen Messpunkte vorgenommen wurde. Aus der Regressionskurve konnten die Spektralindizes sowie Äquivalentbreiten an den Intervallgrenzen bestimmt werden. Die Standardfehler ergeben sich für den Spektralindex direkt aus der Regression, beziehungsweise aus einer Fehlerfortpflanzung der Regressionskoeffizienten im Falle der Äquivalentbreiten.

Die resultierenden Verläufe der Flüsse und Spektralindizes in verschiedenen Höhen finden sich in Abb. 4.4 im Vergleich untereinander und in Abb. 4.5 sowie Abb. 4.8 im Vergleich mit den gemessenen Werten.

## 4 Beobachtung



**Abbildung 4.5:** Abfall der Äquivalentbreite mit der Höhe über der Enceladusoberfläche. Verglichen werden jeweils die Simulationen und VIMS-Beobachtungen (Datenkubus 3) bei verschiedenen Wellenlängen. Zusätzlich sind jeweils die Exponenten  $k$  für ein angepasstes Potenzgesetz der Form  $I(x) = I_0(x/1\text{ km})^k$  angegeben.

## 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

Für den Vergleich der simulierten Spektren mit den beobachteten Spektren ist zunächst festzuhalten, dass die Staubproduktionsrate der Simulationen anhand von in-situ-Staubmessungen normiert wurde, die außerhalb des mit VIMS beobachteten Bereichs bis 250 km Höhe über dem Südpol gewonnen wurden. Die VIMS-Aufnahmen wurden zudem vier Monate später belichtet, wodurch eine mögliche Variabilität der Jet-Aktivität zu Unterschieden führen kann. Eine genaue Übereinstimmung ist daher nicht zu erwarten.

Da der Verlauf der simulierten Spektren hinreichend glatt ist, lassen sich die Äquivalentbreiten und Spektralindizes direkt extrahieren. Dazu wurden die Äquivalentbreiten an den jewei-

### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

ligen Wellenlängen aus dem simulierten Spektrum abgelesen und Spektralindices auf den in Kap. 4.2 definierten Intervallen berechnet.

Um zudem den Verlauf der Äquivalentbreiten in Abhängigkeit von der Höhe über der Enceladusoberfläche zu analysieren, wurde ein Potenzgesetz  $I(x) = I_0(x/1 \text{ km})^k$  mittels Regression an das Höhenprofil angepasst. Ein Potenzgesetz wird aus theoretischen Betrachtungen sowohl für den Dichteabfall einer Impaktor-Ejekta-Wolke wie auch in den Plumes erwartet (Krivov et al., 2003; Kempf, 2008). Die resultierenden Exponenten  $k$  sind für die simulierten wie die beobachteten Verläufe in den einzelnen Diagrammen von Abb. 4.5 angegeben.

#### 4.3.1 Absoluter Fluss

Um die VIMS-Beobachtungen mit den simulierten Spektren vergleichen zu können, wurden für beide eine Reihe von physikalischen Kenngrößen extrahiert. Dabei ist zu beachten, dass sich die drei verwendeten Datenkuben untereinander um einen Faktor  $\sim 2$  im Fluss unterscheiden. Normiert man die Datenkuben auf einen einheitlichen Fluss, sind die Unterschiede im spektralen Verlauf gering (Abb. 4.6).

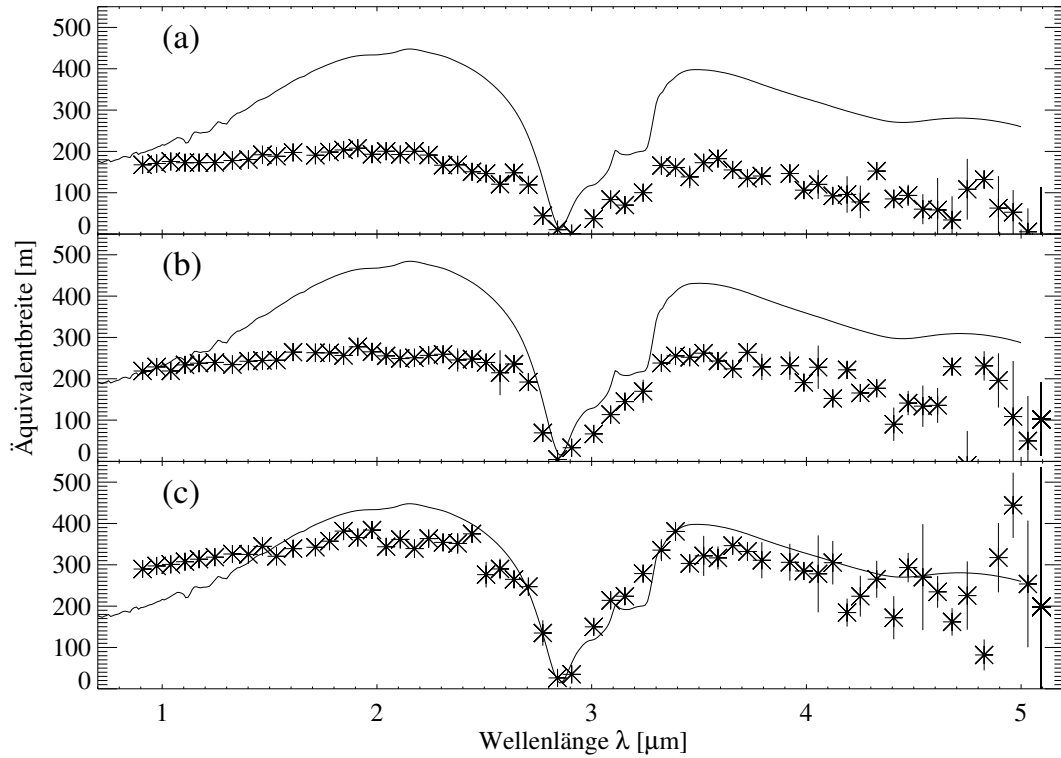
Im Rahmen der Flussvariation zwischen den Kuben fügt sich der absolute Fluss der simulierten Spektren gut in die Beobachtungen ein. Abb. 4.6 zeigt, dass die Spektren der Datenkuben 1 und 2 zwar um einen Faktor von ungefähr 2 niedriger liegen als die simulierten Spektren, die Beobachtungen aus Datenkubus 3 jedoch gut mit dem absoluten Fluss der Simulationen übereinstimmen.

Zwei Ansätze kommen in Betracht, die Flussunterschiede zwischen den Datenkuben zu interpretieren. Zunächst ist eine intrinsische Variabilität der Plumeaktivität denkbar. Legt man die Kuben 2 und 3 zu Grunde, zwischen denen die stärkste zeitliche Variation des Flusses zu beobachten ist, müsste sich die Dichte der Eisfontänen um einen Faktor 2 innerhalb von ungefähr 2 Stunden ändern.

Mit einer typischen Geschwindigkeit von 100 m/s benötigen die Partikel ungefähr eine Stunde, um das beobachtete Gebiet von ca. 300 km Höhe zu durchqueren. Dies entspricht somit auch der Zeitskala, auf der sich nach einer einmaligen Ausflussänderung wieder eine stationäre Schichtung einstellt. Wäre eine starke Variation innerhalb der Beobachtungsspanne aufgetreten, sollte sich also nicht nur ein Unterschied in der Intensität zeigen, sondern auch Variationen im Dichteverlauf mit der Höhe, die sich als Abweichungen in den spektrale Verläufen zeigen. Zwar gibt es in den abgeleiteten Größenverteilungen der verschiedenen Kuben auch Unterschiede in ihrem Verlauf, doch bewerten Hedman et al. (2009) diese angesichts systematischer Fehler als nicht signifikant.

Hansen et al. (2008) haben mehrfach die Absorption der Enceladus-Geysire mit Hilfe von Sternokkultationen vermessen. Zwischen Beobachtungen von 2005 und 2007 konnten sie eine Variabilität der Wasserdampfsäulendichten um einen Faktor 1.7 nachweisen. Sie verweisen als Erklärung auf Gezeiteneffekte, die auf einer Zeitskala von einer halben Enceladus-

#### 4 Beobachtung



**Abbildung 4.6:** Vergleich des absoluten Flusses von VIMS-Spektren (Datenpunkte mit Fehlerbalken, Hedman et al., 2009) aus verschiedenen Datenkuben mit den zugehörigen simulierten Spektren (durchgezogene Linie). Die Spektren stammen alle aus einer Höhe von ca. 80 km über der Mondoberfläche. In dieser Höhe liegen für alle Datenkuben vergleichbare Daten vor, die zudem ein gutes Signal-zu-Rauschverhältnis aufweisen.

Die Normierung der simulierten Daten stammt allein aus der durch CDA-Messungen und das Entstehungsmodell vorgegebenen Produktionsrate. In allen Fällen liegt die Abweichung von Simulation zu Beobachtung bei  $\lesssim 2$ .

(a) Datenkubus 1: Höhe 82 km, simulierte Daten: 80 km Höhe (b) Datenkubus 2: Höhe 70 km, simulierte Daten: 70 km Höhe (c) Datenkubus 3: Höhe 79 km, simulierte Daten: 80 km Höhe

### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

Umlaufperiode von ca. 16 h wirken (Hurford et al., 2007). Dies ist zu lang, um eine scheinbare Flussänderung um einen Faktor 2 innerhalb von 2 h zu erklären, wie sie zwischen den vorliegenden VIMS-Aufnahmen beobachtet wurde.

Eine andere Erklärung bieten mögliche Fehler in der Hintergrundsubtraktion, die bei den von Hedman et al. (2009) veröffentlichten Spektren durchgeführt wurde. Da Enceladus während der Beobachtungen um  $33^\circ$  entlang seiner Bahn gewandert ist und zudem mittlerweile bekannt ist, dass die Dichte im E-Ring in Abhängigkeit des Stundenwinkels variiert (Kempf, 2011), erscheint ein dadurch bedingter systematischer Fehler wahrscheinlich.

Die mittleren Stundenwinkel von Enceladus bei Aufnahme der Datenkuben betragen  $109^\circ$  (Kubus 1),  $123^\circ$  (Kubus 2) sowie  $142^\circ$  (Kubus 3). Ein Stundenwinkel von  $0^\circ$  entspricht dabei einer Position von Enceladus zwischen Saturn und Sonne, während bei  $180^\circ$  Enceladus in Vollmondstellung, also aus Sicht der Sonne hinter Saturn steht. In den VIMS-Beobachtungen nimmt die relative Intensität des Hintergrundes von Kubus 1 bis Kubus 3, also mit zunehmender Annäherung an die Vollmondstellung, kontinuierlich ab (Abb. 4.1), was mit der von Kempf (2011) beschriebenen Dichteverteilung des E-Rings in Einklang steht.

Die Auswirkungen der Hintergrundsubtraktion auf die Spektren werden im Abschnitt "Hintergrundsubtraktion als Fehlerquelle" gesondert untersucht.

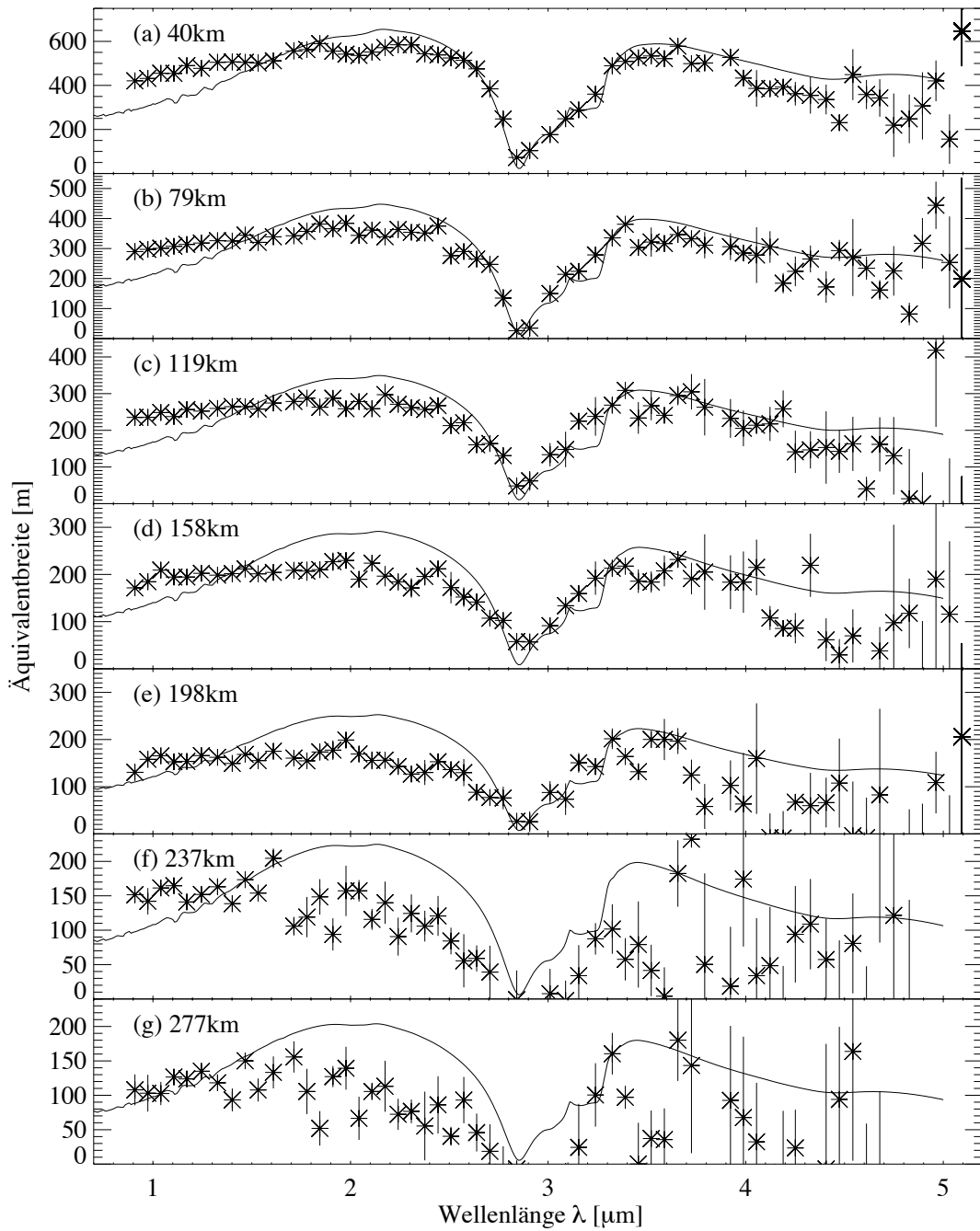
In beiden Deutungen ist es möglich, den beobachteten Fluss durch die Simulationen zu erklären. Da bisher Hinweise für eine kurzzeitige Variation der Aktivität fehlen, sollen vor allem Probleme in der Bestimmung des Plumehintergrundes als Erklärung für die Abweichungen der Datenkuben untereinander diskutiert werden. Ob es sich dabei um eine plausible Annahme handelt, lässt sich überprüfen, indem die subtrahierten Spektren des Hintergrundes mit den Fontänen und den erwarteten Spektren des E-Ring-Hintergrundes (siehe unten) verglichen werden. Die von Hedman et al. (2009) verwendeten Hintergrundspektren wurden nicht veröffentlicht und können daher nicht diskutiert werden.

#### 4.3.2 Spektraler Verlauf

Vergleicht man den spektralen Verlauf der beobachteten Spektren mit den simulierten Spektren, zeigen sie qualitativ eine deutliche Ähnlichkeit (Abb. 4.7). Diese ist vor allem auf die in beiden Fällen dominante Wasserabsorptionsbande bei  $3\mu\text{m}$  zurückzuführen. Bei gleicher Normierung fällt jedoch auf, dass die simulierten Spektren im Bereich  $1\text{--}1.5\mu\text{m}$  einen deutlich geringeren Fluss als die beobachteten Spektren aufweisen, während sie zwischen  $1.5\mu\text{m}$  und  $2.5\mu\text{m}$  tendenziell über den Beobachtungen liegen.

Dies spiegelt sich auch in den Verläufen der Spektralindizes mit der Höhe in Abb. 4.8 wider. Im Bereich von  $1.5\text{--}2\mu\text{m}$ , Diagramme (a) und (b), weisen die Simulationen im Vergleich zu den Beobachtungen einen signifikant geringeren Spektralindex auf, was auf einen steileren Anstieg der Intensität mit der Wellenlänge hindeutet. Bei Wellenlängen jenseits der Absorpti-

#### 4 Beobachtung



**Abbildung 4.7:** Vergleich der simulierten Spektren (durchgezogene Linien) mit VIMS-Beobachtungen (Datenpunkte, aus Datenkubus 3) in verschiedenen Höhen. Angegeben ist jeweils die Höhe der Beobachtungsdaten über der Enceladusoberfläche. Da die Simulationen in einer Rasterauflösung von 10 km berechnet wurden, stammen die berechneten Spektren jeweils aus der benachbarten, in Schritten von 10 km gerundeten Höhe.

### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

onsbande bei  $3\mu\text{m}$  mit  $\lambda > 3.7\mu\text{m}$  sind die Spektralindizes von Beobachtung und Simulation miteinander verträglich.

Um die beobachtete Diskrepanz zwischen  $1\mu\text{m}$  und  $2.5\mu\text{m}$  zu erklären, sind verschiedene Einflüsse relevant. Zunächst ist eine Abweichung der Größenverteilung der Eisfontänen zwischen Simulation und Realität möglich. Weiterhin kommen auch Fehler in der Bestimmung des Hintergrundes zur Erklärung der Abweichungen zwischen Beobachtung und Simulation in Frage. Hier ist denkbar, dass wie zuvor beschrieben ein signifikanter Anteil von Jet-Streulicht mit der Hintergrundsubtraktion entfernt wurde. Ebenso kann es sein, dass der vom E-Ring gebildete Streulicht-Hintergrund nur teilweise subtrahiert wurde und in den gezeigten VIMS-Spektren einen signifikanten Anteil hat.

Nimmt man zunächst an, dass systematische Fehler aus der Hintergrundsubtraktion keine Rolle spielen, bleiben nur Abweichungen in den streuenden Teilchenpopulationen oder im zu Grunde liegenden Streuprozess, um den Unterschied zwischen simulierten und beobachteten Spektren zu erklären. Eine unzureichende Modellierung des Streuprozesses soll hier nicht weiter diskutiert werden, da eine nahezu kugelförmige Gestalt der streuenden Teilchen wahrscheinlich ist (s. Kap. 2.2) und ihre Zusammensetzung, die für die optischen Eigenschaften verantwortlich ist, mittels CDA-Messungen bestimmt werden konnte. Zudem beobachten wir das gestreute Licht nahe der Vorwärtsstreuung, weshalb die Unterschiede zur Fraunhofer-Streuung und verschiedener Streuprozesse untereinander gering bleiben.

Da die Parameter der Streuung hinreichend nah am Regime der Fraunhofer-Näherung liegen, ist der Zusammenhang zwischen beobachteter Wellenlänge und der hauptsächlich zur Streuung beitragenden Teilchengröße eindeutig (s. Kap. 3.3). Für den hier beobachteten Streuwinkel von  $19^\circ$  (Phasenwinkel  $161^\circ$ ) wird die Streuung bei einer gegebenen Wellenlänge  $\lambda$  von Teilchen des Radius  $s = 0.856\lambda$  dominiert. Diese Teilchen sind also annähernd so groß wie die Wellenlänge.

Damit kann aus der Diskrepanz von beobachteten und simulierten Spektren direkt auf Unterschiede zwischen den Größenverteilungen geschlossen werden. Deutlich wird diese Diskrepanz vor allem bei Wellenlängen  $\lambda \lesssim 1.5\mu\text{m}$ , unterhalb derer die simulierte Intensität zunehmend hinter der Beobachtung zurückbleibt. Dies lässt sich durch ein Defizit an Staubpartikeln mit  $s \lesssim 1.3\mu\text{m}$  in der Simulation erklären, welches umso stärker wird, je kleiner die Teilchen sind.

Da sich dieses Verhalten in allen beobachteten Höhen gleichermaßen zeigt, ist es unwahrscheinlich, dass die Abweichung von der Beobachtung auf Unterschiede im dynamischen Verhalten zurückzuführen ist. Damit bleibt nur eine Abweichung in der Größenverteilung an der Mündung der Eisgeysire als Erklärung. Diese durch den modellierten Kondensationsprozess erzeugte Ausgangs-Größenverteilung zeigt das gleiche Verhalten. Unterhalb von  $0.8\mu\text{m}$  fällt sie um mehr als zwei Größenordnungen (s. Abb. 2.1) ab, was sich für  $s \lesssim 1.3\mu\text{m}$  zunehmend durch ein Abknicken der Kurve bemerkbar macht.

### Einfluss des Kondensationsmodells

Die Größenverteilung der Eisteilchen weist an der Mondoberfläche einen Einbruch um mehr als zwei Größenordnungen zu Teilchengrößen  $\lesssim 0.8\mu\text{m}$  auf. Er hängt in seiner Lage und Tiefe deutlich von den eingehenden Parametern, insbesondere dem Kondensationsparameter  $\beta$ , ab. Dieser beschreibt, welcher Anteil der Moleküle, die auf die Oberfläche eines Eispartikels treffen, dort haften bleibt und zum Wachstum beiträgt. Zudem spielen die vereinfachenden Annahmen, die der Simulation des Kondensationsprozesses zu Grunde liegen, eine entscheidende Rolle bei der Entstehung der Lücke in der Größenverteilung, die unter realistischen Bedingungen möglicherweise überhaupt nicht auftritt (Jürgen Schmidt, pers. Mitteilung).

Im Modell wird eine Nukleation aus der Dampfphase ohne Kondensationskeime angenommen. Diese führt zu salzfreien Eispartikeln, da beim Verdampfen das Salz in der Lösung zurückbleibt und nicht in die Dampfphase übergeht. Der beobachtete Salzgehalt der salzreichen Teilchen lässt sich also nur durch das Einfrieren von Sprühnebeltröpfchen über einem siedenden Salzwasserreservoir erklären. Dieser Prozess ist im Entstehungsmodell nicht enthalten. Somit muss diese salzhaltige Komponente als Differenz von Beobachtungen und Simulationen zutage treten (Postberg et al., 2011).

Postberg et al. (2009) zeigen anhand von CDA-Beobachtungen, dass tatsächlich eine Population mit praktisch salzfreien und eine mit salzreichen Teilchen existiert. Weitere Messungen haben gezeigt, dass der Beitrag der salzreichen Teilchen mit der Höhe abnimmt (Postberg et al., 2011). Diese müssen somit systematisch langsamer als die salzarmen Teilchen sein, was im Modell von Schmidt et al. (2008) auf größere Teilchen schließen lässt. Die salzarme Population lässt sich mit den hier modellierten Jets identifizieren, während die salzreiche Population nicht in den bisherigen Simulationen vorkommt. Da ihre Partikel größer sind, weisen sie eine niedrigere Geschwindigkeit auf und sind vorwiegend in geringerer Höhe zu finden. Somit ist vor allem nahe der Mondoberfläche mit Abweichungen zwischen VIMS-Beobachtungen und Simulation zu rechnen.

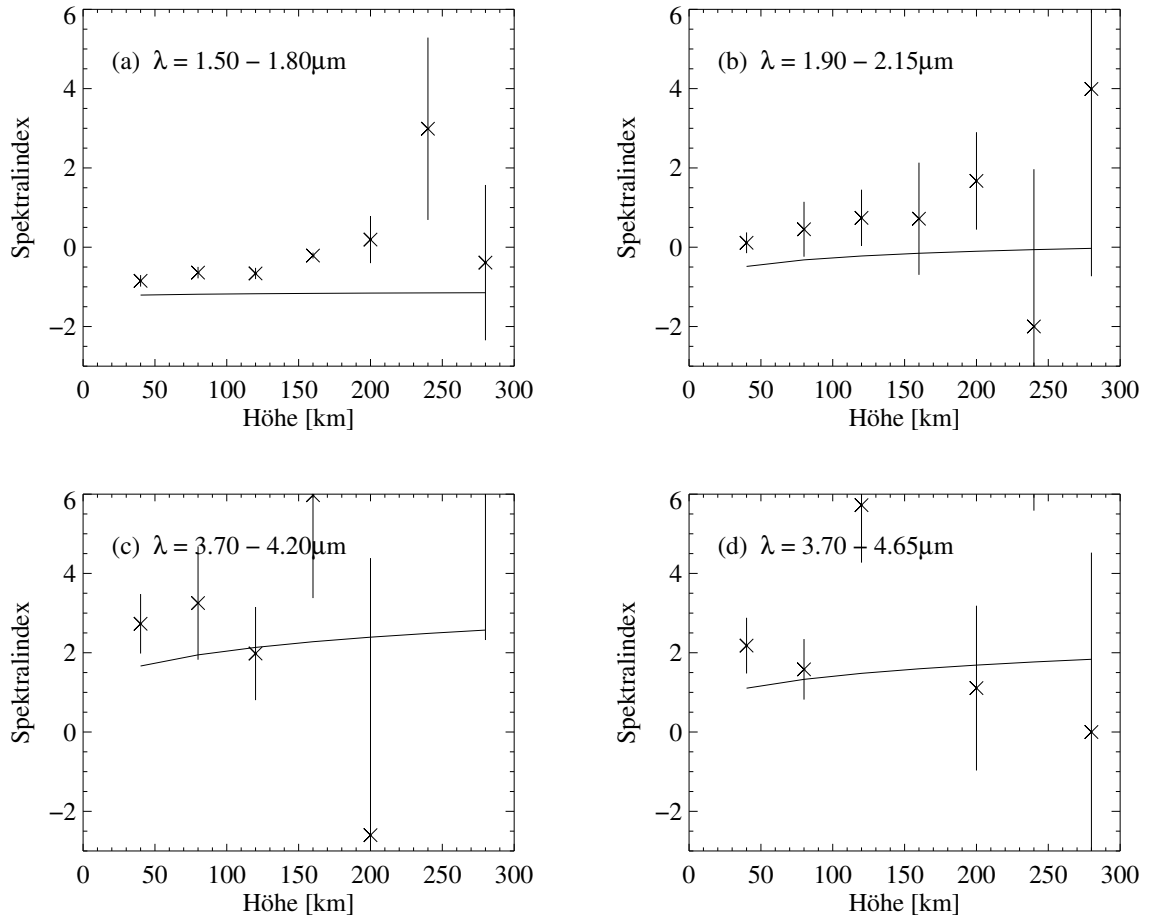
### 4.3.3 Abhängigkeit von der Höhe

Um die Abhängigkeit der Intensität und des Spektralindex von der Höhe zu vergleichen, wurden in Abb. 4.5 und Abb. 4.8 deren Werte bei verschiedenen Wellenlängen für Beobachtungen wie Simulationen aufgetragen. Zusätzlich wurde ein Potenzgesetz der Form  $I(h) = I_0 (h/1\text{ km})^k$  an den Intensitätsverlauf angepasst. Der Exponent  $k$  ist ein Maß für die Steilheit des Abfalls und wird für verschiedene Wellenlängen jeweils für Beobachtung und Simulation angegeben.

Die Exponenten des Intensitätsabfalls wurden bei den Wellenlängen  $\lambda = 1.5\mu\text{m}, 1.9\mu\text{m}, 2.15\mu\text{m}$  und  $4.2\mu\text{m}$  bestimmt. Betrachtet man sie zunächst an den ersten drei Wellenlängen, in denen die beobachteten Spektren durchweg ein sehr gutes Signal-zu-Rauschverhältnis aufweisen, fällt die simulierte Verteilung mit einem mittleren Exponenten  $k = -0.580 \pm 0.010$



### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen



**Abbildung 4.8:** Abhängigkeit des Spektralindex von der Höhe über der Enceladusoberfläche. Verglichen werden jeweils die Simulationen und VIMS-Beobachtungen (Datenkubus 3) bei verschiedenen Wellenlängen. Angegeben sind die Intervalle, auf denen der Spektralindex extrahiert wurde. Für die simulierte Kurve wurde ein Potenzgesetz der Form  $I(h) \sim h^{-k}$  durch die Randpunkte des Intervalls gelegt. Für die Beobachtung wurde das Potenzgesetz auf dem jeweiligen Intervall mittels Regression angepasst und der resultierende Index mit den aus der Regression stammenden Standardfehlern aufgetragen.

## 4 Beobachtung

deutlich steiler ab als die beobachtete mit  $-0.747 \pm 0.070$ . Zudem ist der simulierte Exponent über diesen Bereich nahezu konstant, während er in den Beobachtungen gleichmäßig von  $-0.665$  bis auf  $-0.839$  abfällt. Bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 4.2 \mu\text{m}$  sinkt auch der simulierte Exponent ab und liegt mit  $-0.706 \pm 0.015$  innerhalb der Fehlergrenzen des beobachteten Abfalls mit einem Exponenten von  $-0.764 \pm 0.16$ .

Damit wird deutlich, dass die beobachtete Verteilung stärker zur Mondoberfläche hin konzentriert ist als von der Simulation vorhergesagt. Bei Wellenlängen von  $1.50 \mu\text{m}$  und  $4.20 \mu\text{m}$  (und jeweils auch Teilchenradien dieser Größe) ist der Unterschied weniger stark ausgeprägt, dazwischen bei  $1.90 \mu\text{m}$  und  $2.15 \mu\text{m}$  jedoch besonders deutlich. Dies legt den Schluss nahe, dass hier eine Population aus langsamen Teilchen existiert, die sich im Bereich von  $2\text{--}3 \mu\text{m}$  besonders deutlich von der simulierten Verteilung abhebt. Dieser Befund steht im Einklang mit anderen Beobachtungen einer langsameren, diffusen Komponente, die im Abschnitt 4.3.5 eingehend diskutiert wird.

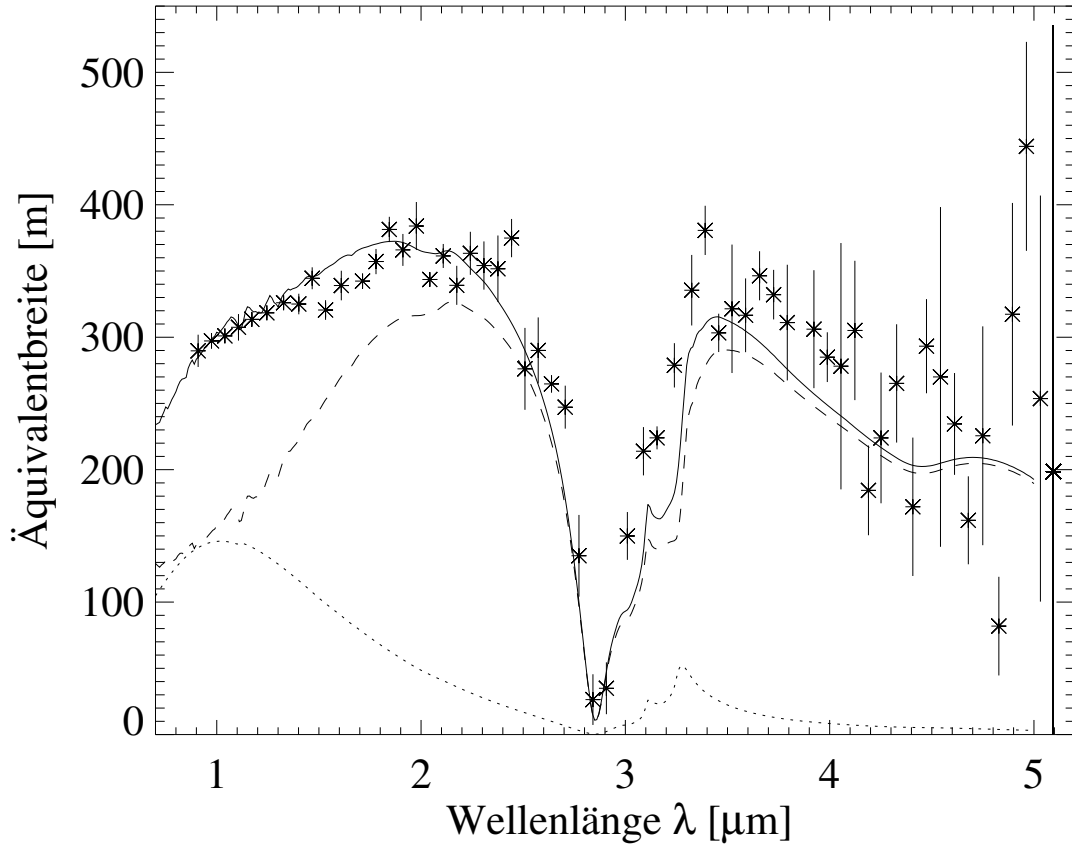
### 4.3.4 Hintergrundsubtraktion als Fehlerquelle

Eine potentielle Fehlerquelle stellen Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Hintergrundes in den VIMS-Daten dar. Da die dazu verwendeten Hintergrundspektren nicht vorliegen, kann die von Hedman et al. (2009) durchgeführte Hintergrundsubtraktion nicht im Detail überprüft werden. Die andere Möglichkeit, eine erneute Reduktion der Datenkuben, würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Es sollen jedoch mögliche Auswirkungen auf die Vergleichbarkeit von Simulation und Beobachtung diskutiert werden.

Zur Extraktion der Spektren wurde das Profil der Eisfontänen jeweils einzeln für jede Wellenlänge in jeder Bildzeile durch eine Gaussverteilung angepasst. Der Fluss innerhalb des  $3\sigma$ -Bereichs der Gausskurve wurde extrahiert und als Summe von Jet und Hintergrund aufgefasst. Der Fluss außerhalb des  $3\sigma$ -Bereichs wurde als reiner Hintergrund angenommen. Sein horizontaler Verlauf wurde mit einer quadratischen Funktion angepasst, die zur Bestimmung und Subtraktion des Hintergrundbeitrags innerhalb des  $3\sigma$ -Bereichs diene.

Sind diese Annahmen erfüllt, können die Beiträge des an den Eisfontänen reflektierten Lichts und des Hintergrundes voneinander getrennt werden. Dies wird durch verschiedene Einflüsse erschwert, die eine systematische Abhängigkeit von der Höhe über der Oberfläche und der Wellenlänge zeigen können. Sie gliedern sich im Wesentlichen in zwei Gruppen: Zum einen kann der Fluss des zu subtrahierenden E-Ring-Hintergrundes generell zu hoch oder zu niedrig bestimmt sein, sodass sich sein Spektrum in Form eines Defizits oder eines Überschusses im resultierenden Spektrum abzeichnet. Zum anderen kann es sein, dass noch ein signifikanter Anteil des Jetstreulichts im ermittelten Hintergrundspektrum vorhanden ist, wodurch sich sein Gesamtfluss im resultierenden Spektrum verringert.

Fehler in der Subtraktion des E-Ring-Hintergrundes kommen zustande, wenn der Jetverlauf auch außerhalb eines  $3\sigma$ -Bereichs noch einen signifikanten Fluss zeigt und/oder wenn sich der



**Abbildung 4.9:** Einführung einer zusätzlichen spektralen Komponente zur Modellierung eines möglichen E-Ring-Hintergrundes. Datenpunkte: VIMS-Beobachtungen wie beschrieben aus Datenkubus 3, in einer Höhe von 80 km. Durchgezogene Linie: Kombiniertes Spektrum aus E-Ring-Hintergrund und Jet-Spektrum. Gestrichelte Linie: Simuliertes Jetspektrum. Gepunktete Linie: E-Ring-Spektrum.

Das E-Ring-Spektrum wurde mittels Mie-Streuung berechnet. Ihm liegt die Größenverteilung aus den in-situ-Messungen des CDA von Kempf et al. (2010b) zu Grunde. Die Skalierung beider Komponenten erfolgte derart, dass im Spektralbereich von 1-2.5  $\mu\text{m}$  eine möglichst gute Übereinstimmung mit den Beobachtungsdaten erreicht werden konnte. Der simulierte Fluss oberhalb 3  $\mu\text{m}$  bleibt in diesem Fall hinter den Beobachtungen zurück.

#### 4 Beobachtung

Hintergrundfluss selbst außerhalb dieses ermittelten  $3\sigma$ -Bereichs nicht durch eine quadratische Funktion beschreiben lässt. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn der E-Ring-Hintergrund im Bereich der Geysire systematisch gegenüber den Rändern verstärkt oder abgeschwächt ist. Dies anhand der VIMS-Originaldaten zu überprüfen würde über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen. In den veröffentlichten Bildern ist jedoch kein Hinweis auf ein derartiges Verhalten zu erkennen.

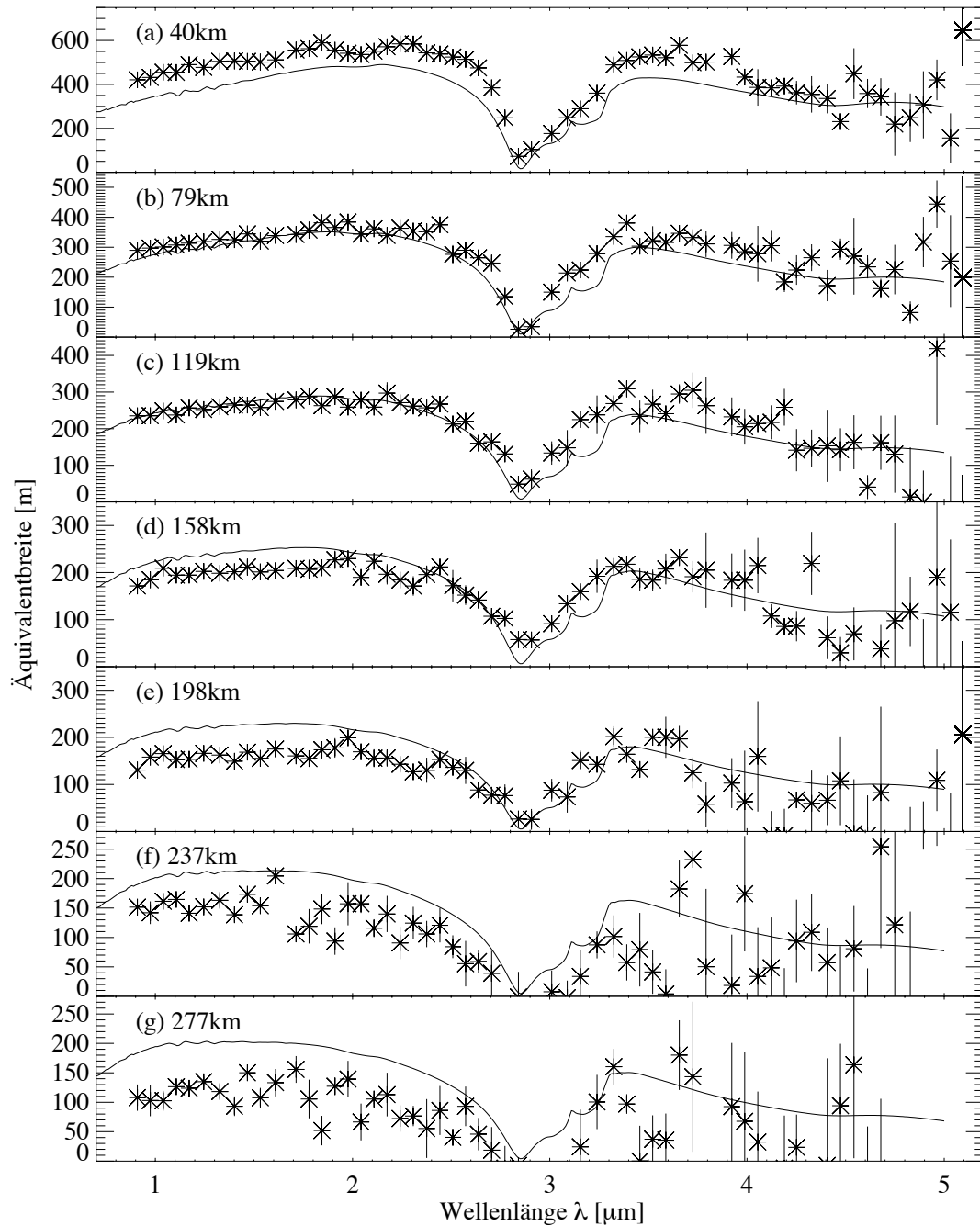
Um den Effekt einer fehlerhaften E-Ring-Subtraktion zu untersuchen, wurde zusätzlich zu den simulierten Jet-Spektren eine E-Ring-Komponente an die VIMS-Spektren angepasst. Diese wurde durch eine aus CDA-Messungen gewonnene Größenverteilung modelliert (Kempf et al., 2010b). Der spektrale Verlauf des Streulichts wurde daraus mittels Mie-Streuung berechnet. Abb. 4.9 zeigt, dass durch Hinzunahme dieser Komponente eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit dem gemessenen Verlauf erreicht wird. Die E-Ring-Komponente weist einen spektralen Verlauf auf, der genau das Defizit der simulierten Spektren im Bereich  $1\text{--}1.5\ \mu\text{m}$  ausgleichen kann. Nimmt man zusätzlich an, dass der absolute Fluss der E-Ring-Komponente unabhängig von der Höhe über der Enceladusoberfläche ist, lässt sich auch die Variation des beobachteten Spektralindex bei  $1\text{--}2.5\ \mu\text{m}$  mit der Höhe sehr viel besser wiedergeben (Abb. 4.10). Wie schon zuvor fällt die simulierte Intensität langsamer mit der Höhe ab als die Beobachtungen zeigen.

Ist die der Hintergrundsubtraktion zugrunde liegende Annahme unzureichend, dass das Jetprofil durch eine Gaußkurve beschrieben werden kann, können weitere systematische Fehler auftreten. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn zusätzlich zu den Jets eine breiter ausgedehnte Komponente existiert. Dazu gibt es zwei Kandidaten. Zum einen gibt es in den hier gezeigten Simulationen eine Verbreiterung des Jetprofils für kleine Partikel mit Größen  $s < 1\ \mu\text{m}$ . Das ist darauf zurückzuführen, dass solch kleine Partikel in erhöhtem Maße durch nichtgravitative Kräfte von einer ballistischen Bahn abgelenkt werden. Zum Anderen kommt die diffuse Staubkomponente in Frage, die auf hochaufgelösten optischen Aufnahmen von ISS sichtbar ist. Dies soll im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

Generell ist es mit den hier zur Verfügung stehenden Mitteln nicht möglich, Fehler in der Hintergrundsubtraktion von einer abweichenden Geschwindigkeits- und Größenverteilung in den Jets zu unterscheiden. Wäre letzteres der Grund für den beobachteten spektralen Abfall nahe  $1\ \mu\text{m}$ , müsste gegenüber den simulierten Jets eine zusätzliche Komponente angenommen werden, die um  $1\ \mu\text{m}$  und möglicherweise darunter konzentriert ist und eine geringere Höhenabhängigkeit als das Modell zeigt. Um dies zu erreichen, müsste diese Komponente systematisch schneller als die bisher angenommene Geschwindigkeitsverteilung sein.

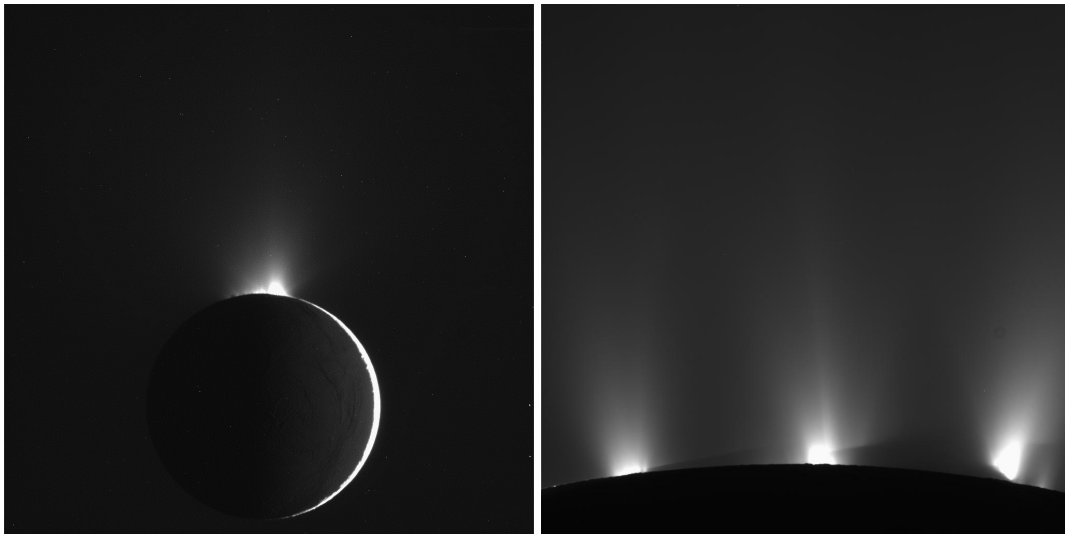
Diese Überlegungen könnten im Detail untersucht werden, indem erneut Simulationen gerechnet werden, deren Dichten zusätzlich nach Eingangsgeschwindigkeiten getrennt gespeichert werden. Bisher wurden die simulierten Dichtekuben nur nach Teilchengröße, Jetfußpunkt und Öffnungswinkel zur Jetachse getrennt gespeichert. Unterschiedliche Startgeschwindigkeiten wurden bei ansonsten gleichen Parametern zu einem Datenkubus zusammengefasst, ge-

### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen



**Abbildung 4.10:** Simulierte Spektren (durchgezogene Linien) unter Annahme eines von der Höhe unabhängigen E-Ring-Hintergrundes. Die Datenpunkte entsprechen den VIMS-Beobachtungen aus Abb. 4.6 (Datenkubus 3).

Der Jet-Anteil wurde mit einem für alle simulierten Spektren einheitlichen Faktor skaliert, so dass er zusammen mit der E-Ring-Komponente den spektralen Verlauf bei 1-2.5  $\mu\text{m}$  im Spektrum (c) (in einer Höhe von 119 km) möglichst gut wiedergibt. Dazu wurde die von Kempf et al. (2010b) aus in-situ-Messungen des CDA-Staubdetektors bestimmte Größenverteilung des E-Rings zu Grunde gelegt.



**Abbildung 4.11:** Enceladus mit dem Plume und den Jets im Gegenlicht (ISS), links in einer Gesamtaufnahme des Mondes, rechts eine Nahaufnahme der aktiven Region (Cassini imaging science team). Es ist deutlich erkennbar, dass die Jetzwischenräume fast vollkommen mit diffusem Streulicht aufgefüllt sind. Die Simulationen zeigen im Gegensatz dazu einen weitaus deutlicheren Abfall der Intensität zwischen den einzelnen Jets (Abb. 4.2). Das zeigt, dass das diffuse Streulicht von einer Teilchenpopulation stammt, die in den Simulationen nicht enthalten ist.

wichtet mit der verwendeten Geschwindigkeitsverteilung.

### 4.3.5 Diffuse Partikelkomponente

#### Übersicht

Wie neuere ISS-Beobachtungen zeigen (Abb. 4.11, <http://www.ciclops.org>), gibt es eine zusätzliche diffuse Staubkomponente, die von den Geysiren erzeugt wird und in der Südpolregion angesiedelt ist. Sie umschließt die Jets und sorgt dafür, dass in den Jet-Zwischenräumen das Streulicht weit weniger absinkt als von den Simulationen vorhergesagt. Diese Komponente zeigt sich auch in neueren CDA-Messungen und wird mit größeren ( $> 1\mu\text{m}$ ), langsameren und salzreichen Teilchen in Verbindung gebracht (Postberg et al., 2011). Aufgrund ihres Salzgehaltes können diese nicht aus der Gasphase kondensiert sein, sondern müssen direkt aus dem Sprühnebel über dem Salzwasserreservoir gefroren sein. Damit handelt es sich um eine Population, die in den Simulationen nicht berücksichtigt ist und andere Anfangsbedingungen zur Beschreibung ihrer Entstehung benötigt. Der anschließende Beschleunigungsprozess im aufsteigenden Gasstrom kann wie die Beschleunigung der aus der Dampfphase kondensierten Teilchen modelliert werden.

### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

Es zeigt sich, dass die simulierte Streulichtintensität nahe der Mondoberfläche systematisch gegenüber den VIMS-Beobachtungen zurückbleibt, mit zunehmender Höhe sich jedoch annähert. Nimmt man eine zusätzliche Teilchenkomponente an, die dieses Defizit ausfüllt, muss sie ähnliche dynamische Eigenschaften besitzen, wie sie auch für die von CDA beobachteten langsamen Teilchen erwartet werden. Diese Komponente soll hier als Differenz von Beobachtung und Simulation berechnet werden und im weiteren Verlauf als “diffuse Komponente” bezeichnet werden.

Da die VIMS-Beobachtungen nur eine geringe räumliche Auflösung haben, ist letztlich nicht klar belegbar, ob es sich bei der Differenz-Komponente um die auf ISS-Bildern erkennbare diffuse Komponente handelt. Aufgrund des steileren Abfalls (s.u.) besitzt das Material jedenfalls niedrigere Anfangsgeschwindigkeiten und bleibt daher auf seiner ballistischen Bahn nicht als Jet kollimiert, sondern verbreitert sich zu einer Pilzform. Große, langsame Partikel sind daher breiter als die simulierten Jets verteilt und es liegt nahe, die Differenz zwischen VIMS-Beobachtung und Simulation mit der sichtbaren diffusen Komponente zu identifizieren.

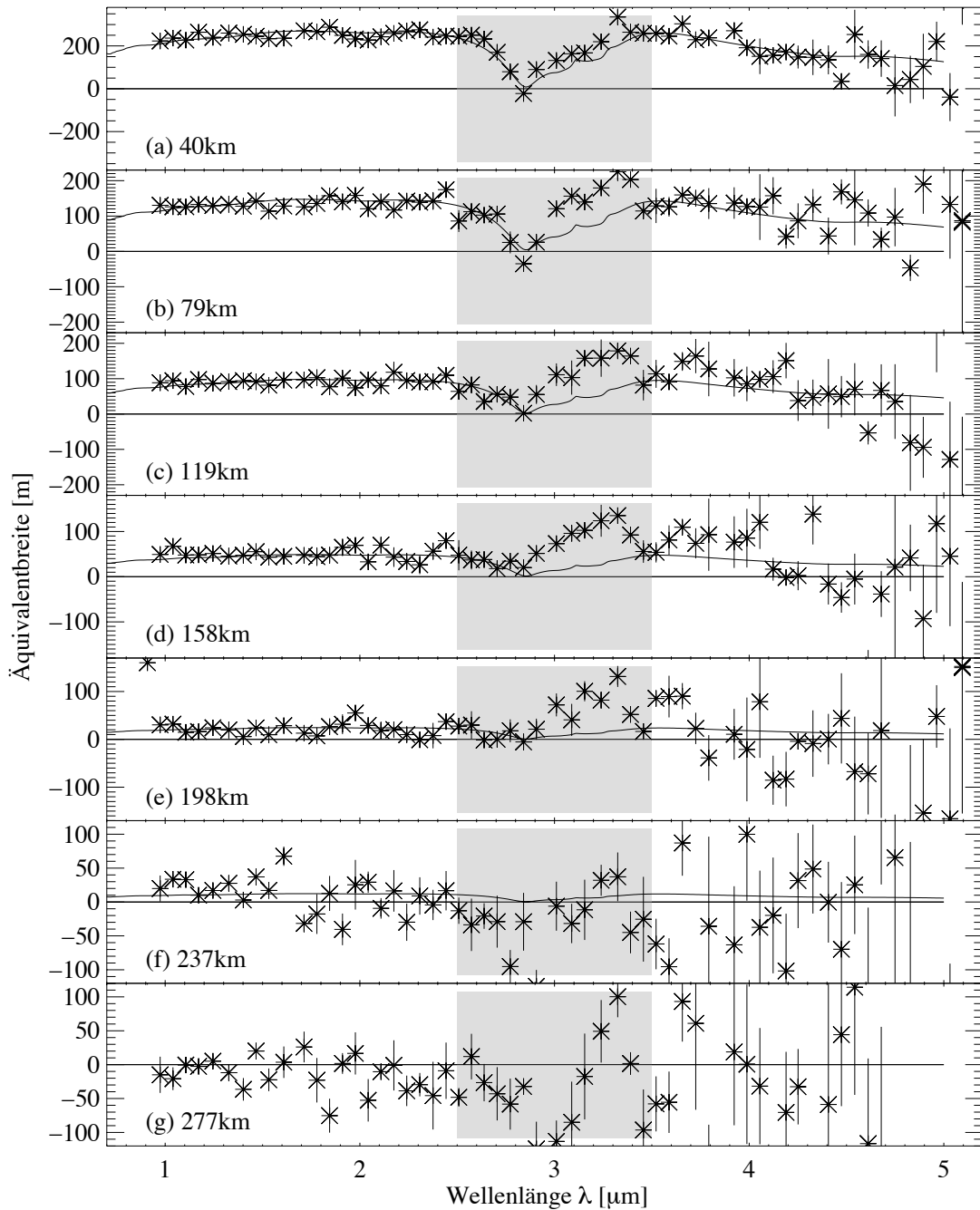
Wie viel von dieser so bestimmten Differenzkomponente möglicherweise auf die Jets und nicht auf die diffus verteilten Partikel entfällt, kann hier nicht unterschieden werden. Darüber kann eine Simulation mit passenden Anfangsparametern Aufschluss geben.

Für den Verlauf des kombinierten Jet- und E-Ring-Streulichts nehmen wir die in Abb. 4.10 gezeigten simulierten Spektren an. Die diffuse Komponente ergibt sich als Differenz von Beobachtung und Simulation. Damit diese nun im Rahmen des Fehlers positiv bleibt, wurde die Normierung aller simulierten Spektren so weit verringert, dass in der größten beobachteten Höhe von 277 km Simulation und Beobachtung übereinstimmen und die diffuse Komponente verschwindet. Dies erscheint sinnvoll, da die Normierung der Simulationen an der Produktionsrate der gesamten Südpolregion orientiert ist, von der ein Teil nicht wie modelliert in die Jets, sondern in die diffuse Staubglocke ausgesandt wird. Die Differenzspektren aus den Beobachtungen und den neu normierten simulierten Spektren sind in Abb. 4.12 zu sehen. Sie zeigen somit das gemessene Streulicht der diffusen Komponente. Abb. 4.13 illustriert das Zusammenspiel der verschiedenen Modellkomponenten.

## Ergebnisse und Diskussion

An die Spektren des diffusen Plumes wurden Streuspektren von Eispartikeln mit einer Größenverteilung der Form  $n(s) \sim s^{-k}$  für  $s_{min} < s < s_{max}$ ,  $n(s) \equiv 0$  angepasst. Dabei wurde der Bereich  $2.5\mu\text{m} < \lambda < 3.5\mu\text{m}$  (grau hinterlegt in Abb. 4.12) nicht berücksichtigt, da dort die starke Wassereis-Absorptionsbande systematische Fehler bei der Subtraktion des Jetstreulichts verursacht. Eine gute Anpassung für alle beobachteten Höhen wurde mit einem Spektralindex  $k = 2.5$  erreicht. Für die untere Grenze  $s_{min}$  gibt es keine strikte Einschränkung. Für alle  $s_{min} < 0.7\mu\text{m}$  wird das Spektrum im unteren Wellenlängenbereich gut wiedergegeben. Die obere Grenze der Größenverteilung ist mit  $s_{max} \simeq 3.5 \pm 0.3$  genauer festgelegt, weil sonst der Verlauf des Spektrums bei  $3.5\mu\text{m} < \lambda < 5\mu\text{m}$  nur unzureichend beschrieben wird. Die ange-

#### 4 Beobachtung

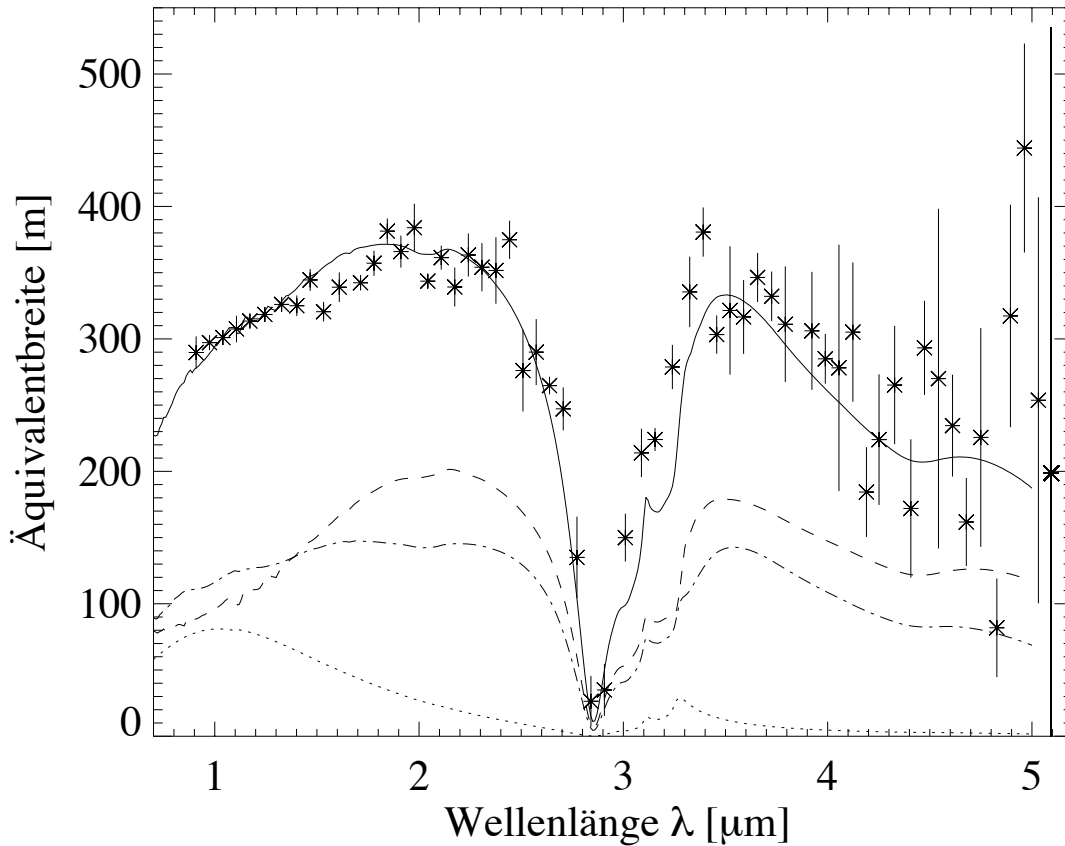


**Abbildung 4.12:** Aus den VIMS-Spektren berechnete Streuspektren der diffusen Komponente. Dazu wurden die in Abb. 4.10 gezeigten Modellspektren von den VIMS-Daten subtrahiert (Datenkubus 3). Der subtrahierte Fluss wurde so normiert, dass er das Spektrum in 277 km Höhe bestmöglich wiedergibt.

Die durchgezogenen Linien zeigen simulierte Spektren für eine Größenverteilung  $n(s) \propto s^{-2.5}$  für  $0.7 \mu\text{m} < s < 3.5 \mu\text{m}$ , außerhalb dieses Bereichs gilt  $n(s) \equiv 0$ . Graue Bereiche markieren die intensive Wassereisabsorptionsbande, in deren Umgebung der spektrale Verlauf nicht sinnvoll ermittelt werden konnte. Dieser Bereich wurde für die Anpassungen nicht berücksichtigt.



### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen



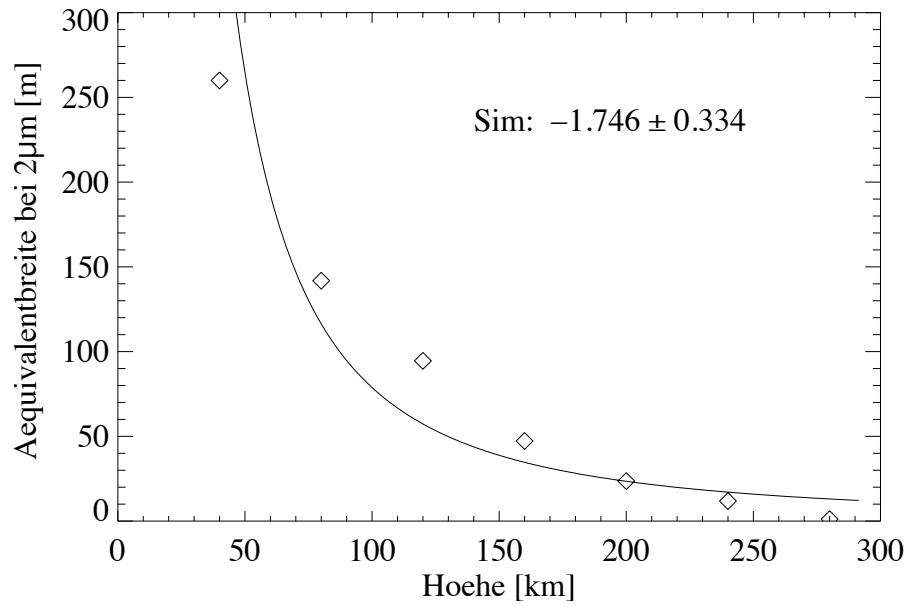
**Abbildung 4.13:** Summenspektrum (durchgezogene Linie) aus Jet-Komponente (gestrichelt), E-Ring-Hintergrund (gepunktet) und diffuser Komponente (strichpunktiert) in 80 km Höhe im Vergleich mit den entsprechenden *VIMS*-Aufnahmen (Datenkubus 3). Die einzelnen Komponenten wurden wie im Text und Abb. 4.12 gezeigt normiert.

passten Größenverteilungen und deren Höhenabhängigkeit sind in Abb. 4.14 und 4.15 dargestellt.

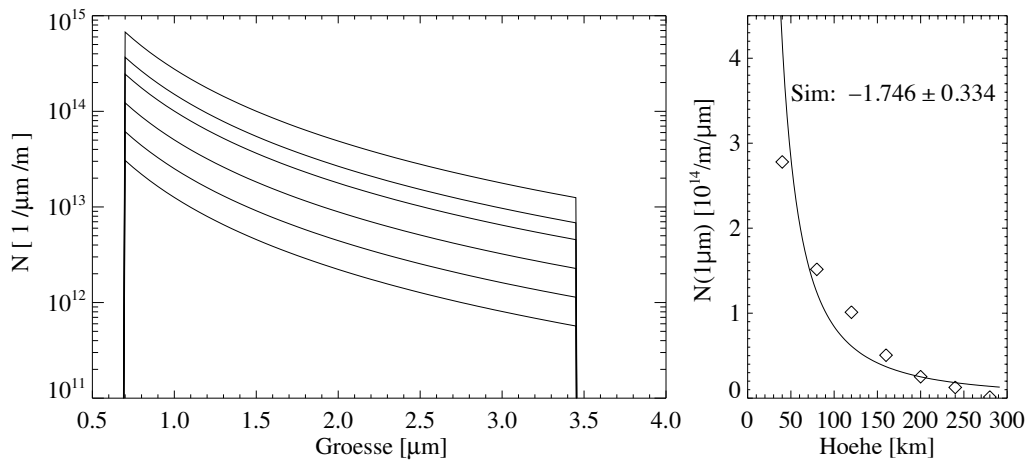
Der genaue Verlauf der für die diffuse Komponente ermittelten Größenverteilung hängt von der Normierung des subtrahierten E-Ring-Hintergrundes ab. Dieser erreicht sein Maximum bei  $1\ \mu\text{m}$  und wird als räumlich konstant angenommen, wohingegen die Jetintensität mit der Höhe abfällt. Damit beeinflusst die Normierung des angepassten E-Ring-Hintergrundes auch den Spektralindex zwischen  $1\ \mu\text{m}$  und  $2,5\ \mu\text{m}$  und dessen Verlauf mit der Höhe. Bei der in Abschnitt 4.3.4 gewählten Hintergrund-Normierung bleibt der Spektralindex der diffusen Komponente bei diesen Wellenlängen von der Höhe unabhängig.

Die zusätzliche Komponente hat sich damit als notwendig erwiesen, um die *VIMS*-Ergebnisse und die auf Basis der in-situ-Staubmessungen simulierten Streulichtverläufe in Einklang zu

#### 4 Beobachtung



**Abbildung 4.14:** Höhenabhängigkeit der diffusen Komponente als Differenz aus Beobachtung und Simulation. Die Datenpunkte zeigen die Äquivalentbreiten dieser Streukomponente bei  $\lambda = 2\mu\text{m}$ . Die durchgezogene Linie gibt den Verlauf des angepassten Potenzgesetz-Abfalls mit einem Exponenten von  $k = -1.75$  wieder.



**Abbildung 4.15:** *Links:* Größenverteilungen der Staubpartikel, die zur Modellierung der diffusen Komponente verwendet wurden. Dabei zeigen die Kurven von oben nach unten die Verteilung in den Höhen 40 km, 79 km, 119 km, 158 km, 198 km, 237 km, 277 km.  $N$  ist dabei jeweils die Gesamtzahl an Teilchen, angegeben pro Größenintervall in  $\mu\text{m}$  und pro Schicht von 1 m Dicke in  $z$ -Richtung über dem Enceladus-Südpol. *Rechts:* Hier ist die Höhenabhängigkeit der Größenverteilung bei  $1\mu\text{m}$  gezeigt. Sie entspricht im Wesentlichen der Kurve in Abb. 4.12, ist jedoch in Einheiten des hier links gezeigten Diagramms aufgetragen.

bringen. Aufgrund der Freiheit bei der Normierung des E-Ring-Hintergrundes ist es nicht möglich, eine klare Aussage über den Spektralindex der diffusen Komponente zwischen  $1\,\mu\text{m}$  und  $2\,\mu\text{m}$  zu treffen. Auch die absolute Normierung der Dichte ist nur in weiten Fehlergrenzen festgelegt. Der Verlauf der Dichte mit der Höhe bleibt davon jedoch weitgehend unbeeinflusst, da ihre Höhenabhängigkeit bei  $\lambda = 2 - 3\,\mu\text{m}$  unabhängig vom angenommenen Hintergrund ist. Im Detail werden die Abhängigkeiten der verschiedenen Komponenten untereinander und die Eindeutigkeit der Anpassungen im folgenden Abschnitt diskutiert.

#### 4.3.6 Eindeutigkeit der Anpassungen

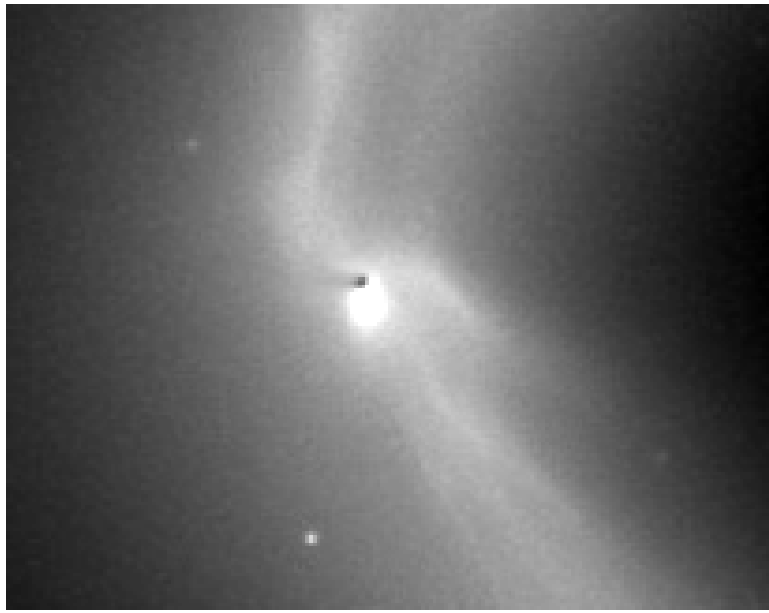
Bei einer Anpassung verschiedener Komponenten an ein Spektrum ist eine eindeutige Messung der verschiedenen Anteile oftmals nicht möglich. Veränderungen der Normierung der einen Komponente können oftmals in einem gewissen Bereich durch eine Anpassung der Normierung einer anderen Komponente ausgeglichen werden.

Hier wurden neben der aus der Simulation stammenden Jetkomponente zwei weitere zur Anpassung der beobachteten Spektren eingeführt, nämlich die sogenannte E-Ring-Hintergrundkomponente sowie die diffuse Komponente, die mit einem möglichen “Überplume” in Verbindung gebracht wird. In beiden Fällen ist nicht klar, ob diese Bezeichnungen dem jeweiligen physikalischen Sachverhalt gerecht werden. Selbst wenn nicht, so lassen sie Rückschlüsse zu, in welcher Weise die hier verwendete Größen- und Geschwindigkeitsverteilung unzureichend ist und wie möglicherweise das Modell des Entstehungsprozess angepasst werden muss.

Die Größenverteilung der E-Ring-Hintergrundkomponente weist gemäß CDA-Messungen eine Form und Lage auf, die den Helligkeitsabfall der Simulationen gegenüber den Beobachtungen zwischen  $1\,\mu\text{m}$  und  $2\,\mu\text{m}$  genau ausgleicht. Dies wird für eine Normierung des E-Ring-Hintergrunds genutzt, die unabhängig von der Höhe über der Mondoberfläche ist und somit in allen Spektren die gleiche Intensität aufweist.

Dieser Erklärungsansatz setzt voraus, dass die VIMS-Datenkuben, bei denen schon wie beschrieben eine Hintergrundsubtraktion durchgeführt wurde, bei niedrigen Wellenlängen immer noch mehr Hintergrund als Jetstreulicht enthalten. Mit der beschriebenen Methode der Hintergrundsubtraktion im  $3\sigma$ -Bereich einer Gauss-Anpassung müsste dazu der E-Ring-Hintergrund einen stark unregelmäßigen Verlauf zeigen. Dies ist den VIMS-Beobachtungen zwar nicht zu entnehmen, optische Aufnahmen des Übergangs zwischen Enceladus-Plume und E-Ring belegen jedoch starke Schwankungen der Staabdichten am Übergang zwischen Plume und E-Ring (Abb. 4.16).

Interpretiert man die als E-Ring-Hintergrund bezeichnete spektrale Komponente dagegen als Bestandteil der Jets, erhält man einen Beitrag von Eispartikeln unterhalb von  $r = 1.5\,\mu\text{m}$ , der ebenfalls keine Abhängigkeit von der Höhe zeigt. Die geringe Höhenabhängigkeit weist auf relativ schnelle Teilchen jenseits der Fluchtgeschwindigkeit von  $250\text{m/s}$  hin, die nur wenig von der Gravitation des Mondes abgebremst werden. Das ist generell verträglich mit dem



**Abbildung 4.16:** ISS-Aufnahme des E-Rings in der Umgebung von Enceladus (Cassini imaging science team). Der Mond ist im Zentrum des Bildes als schwarze Scheibe zu erkennen. Der weiße Bereich unterhalb von Enceladus stellt den dichtesten Teil des vulkanischen Plumes dar. Rechts des Mondes zeigt sich ein fingerartiger Bereich erhöhter Staubpartikelkonzentration, oberhalb und unterhalb weitere schmale Bereiche höherer Staubbichte, die aus frisch in den E-Ring injizierten Teilchen bestehen.

Quellenmodell, da dort kleinere Teilchen generell mit höheren Geschwindigkeiten produziert werden.

Die diffuse Komponente lässt weniger Spielraum zur Interpretation. In jedem Fall handelt es sich hier um einen Beitrag in der Größen- und Geschwindigkeitsverteilung der Partikel, der zur Mondoberfläche konzentriert ist und vermehrt größere und langsamere Teilchen enthält. Eine Erklärung durch einen Beitrag des E-Ring-Hintergrunds kann aufgrund der unterschiedlichen Größenverteilungen ausgeschlossen werden.

Hier besteht die Unsicherheit vor allem darin, ob auch im Bereich  $\lesssim 1.5\mu\text{m}$  das angenommene Potenzgesetz zutreffend ist oder ob der Verlauf der diffusen Komponente durch eine Fehlanpassung der E-Ring-Komponente zu einem Abknicken nach oben oder nach unten führt. Deswegen ist der angegebene Spektralindex mit großer Ungenauigkeit behaftet. Der spektrale Verlauf ab  $\lambda \gtrsim 2\mu\text{m}$  und die Höhenabhängigkeit sind davon nicht betroffen. Daher ist es in jedem Fall notwendig, das Quellenmodell um eine langsamere Komponente aus größeren Staubeilchen im Plume zu ergänzen.

Führt man beide Zusatzkomponenten auf zusätzliche Bestandteile des Jets zurück, kann man auch den Schluss ziehen, dass das Quellmodell von Schmidt et al. (2008) grundsätzlich gut funktioniert, aber im hier relevanten Bereich eine zu schmale Größenverteilung erzeugt. Dies

### 4.3 Simulierte Spektren im Vergleich mit den Beobachtungen

würde bedeuten, dass das vorhergesagte Einknicken der Anfangsgrößenverteilung für Teilchen  $\lesssim 1\mu\text{m}$  durch die Beobachtung nicht gedeckt ist und zudem die berechnete Verteilung für  $r \gtrsim 2\mu\text{m}$  zu steil abfällt.

Dass das Quellmodell für größere, langsamere Teilchen keine ausreichende Beschreibung ergibt, ist zu erwarten, da diese aufgrund ihres hohen Salzgehaltes sowieso einen anderen Entstehungsmechanismus erfordern.

Während es schwierig ist zu entscheiden, in wiefern die E-Ring-Komponente tatsächlich diesen Namen verdient, ist der Fall bei der diffusen Komponente einfacher gelagert. In jedem Fall handelt es sich um eine Teilchenpopulation, die gegenüber den Simulationen in niedrigen Höhen konzentriert ist und systematisch größere Teilchen beinhaltet. Beides spricht dafür, sie mit den beobachteten salzreichen Teilchen zu identifizieren. Ob diese aus den selben Quellen wie die Jets ausgestoßen werden kann oder ob die beobachtete Diffusität auf mehr und schwächere, gleichmäßiger verteilte Kanäle zurückzuführen ist, bleibt momentan unklar. Dies ist ein interessantes Thema für einen neuen, entsprechend angepassten Simulationslauf.

#### *4 Beobachtung*

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden dynamische Simulationen von Eispartikeln in den Enceladusgeysiren verwendet, um Vorhersagen für das beobachtbare Streulicht zu treffen. Sie basieren auf in-situ-Messungen des Staubdetektors CDA und schlagen eine Brücke zu spektral aufgelösten Beobachtungen der *VIMS*-Infrarot-Kamera auf Cassini, die im Vergleich diskutiert wurden.

Dabei zeigte sich, dass die verwendeten Dichtesimulationen basierend auf dem Quellenmodell von Schmidt et al. (2008) einige Aspekte der Infrarotbeobachtungen sehr gut wiedergeben können, in anderen Punkten jedoch auf die Existenz zusätzlicher Teilchenpopulationen angewiesen sind, um das beobachtete Streulicht zu erklären.

Zunächst fällt auf, dass die an früheren CDA-Messungen angelehnte Normierung der Quellproduktionsrate die beobachteten Streulichtintensitäten gut wiedergibt. Für die drei Datenkuben der *VIMS*-Aufnahmen werden Abweichungen um einen Faktors von 1 (Datenkubus 3) bis 2.5 (Kubus 1) erreicht. Diese Schwankung wird von Hedman et al. (2009) auf systematische Fehler in der Hintergrundsubtraktion der Spektren sowie Aliasing-Effekte durch unterschiedliche Pixelskalen zurückgeführt.

Der simulierte spektrale Verlauf zeigt zunächst ein Defizit bei  $1\text{ }\mu\text{m}$  gegenüber den *VIMS*-Spektren, welches durch den angenommenen Entstehungsmechanismus bedingt ist. Dieses Defizit kann man unter der Annahme beseitigen, dass der E-Ring-Hintergrund nur teilweise subtrahiert wurde und eine E-Ring-Komponente einführt, deren Größenverteilung aus CDA-Messungen (Kempf et al., 2010b) entnommen wurde. Die Verteilung zeigt ein Maximum bei  $1\text{ }\mu\text{m}$  und ihr Streulichtspektrum passt genau in die Lücke der simulierten Verteilung. Sie zeigt keine Abhängigkeit von der Höhe über der Mondoberfläche, was für eine Hintergrundkomponente wesentlich leichter zu erklären ist als für zusätzliche Plumeartikel. Diese gute Übereinstimmung stellt natürlich keinen Beweis für die Richtigkeit der Interpretation als E-Ring-Hintergrund dar, unterstützt aber zumindest die Plausibilität dieses Ansatzes.

Außerdem existiert eine Diskrepanz in der Höhenabhängigkeit von Simulation und Beobachtung. Sie zeigt sich darin, dass der Abfall mit der Höhe in den Simulationen langsamer vorstatten geht als in den Beobachtungen. Dies lässt sich auf die in ISS-Beobachtungen und CDA-Messungen sichtbare zusätzliche Population an Eispartikeln nahe der Oberfläche zurückführen. Deren Größenverteilung wurde aus der Differenz von Beobachtung und Simulation bestimmt. Die Konzentration zur Mondoberfläche deutet auf eine gegenüber der simulierten Jetkomponente systematisch langsamere Geschwindigkeit hin. Hier bietet es sich an, die langsame Komponente in weiteren Simulationen detaillierter zu modellieren.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Die hier vorgestellten Analysen haben im Vergleich mit Infrarotbeobachtungen des Streulichts gezeigt, dass die verwendete Ausgangs-Größen- und Geschwindigkeitsverteilung zu spezifischen Abweichungen zwischen simulierten und beobachteten Jets führt. Dazu wurde hier nur die Dichte- und Größenverteilung betrachtet. Um ein genaueres Verständnis zu erzielen, sollten neue Simulationen versuchen, die Dynamik der diffusen Komponente detailliert zu modellieren und daraus ein verbessertes Modell für die Quell-Eigenschaften der diffusen Komponente abzuleiten. In diesem Rahmen wäre es zudem wünschenswert zu untersuchen, in wiefern die als E-Ring-Hintergrund identifizierte beobachtete Komponente auch durch eine modifizierte Jetdynamik mit Teilchen  $\lesssim 1\,\mu\text{m}$  erklärt werden kann.

Offenbar spielen bei diesen Partikelgrößen  $\lesssim 1\,\mu\text{m}$  die nicht-gravitativen Einflüsse eine zunehmende Rolle, die hier nur in einem einfachen Modell berücksichtigt wurden. Die zugrunde gelegte Annahme, dass die Plasma-Umgebung nicht durch den Eisvulkanismus gestört wird, ist in der Enceladusumgebung sicher nicht erfüllt (Dougherty et al., 2006; Waite et al., 2006). Ein besseres Modell der Verteilung von Plasma und neutralem Gas nahe des Mondes sollte in die Simulationen aufgenommen werden, um ihre Aussagekraft bei kleinen Teilchen erheblich zu verbessern.



# Liste der verwendeten Symbole

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $a_n, b_n$                  | Streukoeffizienten   |
| $\mathbf{a}$                | Beschleunigung allgemein   |
| $\mathbf{a}_{EM}$           | Beschleunigung durch elektromagnetische Kräfte   |
| $\mathbf{a}_{PD}$           | Beschleunigung durch die Plasmareibung (plasma drag)                                     |
| $\mathbf{a}_{PR}$           | Beschleunigung durch den Poynting-Robertson-Effekt                                       |
| $\mathbf{a}_{RP}$           | Beschleunigung durch den Strahlungsdruck (radiation pressure)                            |
| $\mathbf{a}_S$              | Beschleunigung durch das Gravitationsfeld des Saturn                                     |
| $\mathbf{B}, B$             | Magnetische Flussdichte  |
| $\mathbf{B}_S$              | Magnetfeld des Saturn  |
| $c$                         | Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ( $c = 299\,792\,458\,\text{m s}^{-1}$ )                  |
| $C_{abs}, C_{sca}, C_{ext}$ | Absorptions-, Streu- und Extinktionsquerschnitt  |
| $\delta$                    | Produktion der Sekundärelektronen  |
| $e$                         | Elementarladung ( $e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{C}$ )                                   |
| $E$                         | Äquivalentbreite   |
| $\mathbf{E}$                | Elektrisches Feld  |
| $\mathbf{E}_0$              | Amplitude des Elektrisches Feldes  |
| $\mathbf{E}_C$              | Elektrisches Feld infolge der Korotation der Plasmasphäre                                |
| $\Phi$                      | Strahlungsleistung bzw. Strahlungsfluss  |
| $\Phi_d$                    | Elektrostatistisches Potential eines Staubteilchens                                      |
| $G$                         | Gravitationskonstante ( $G = 6.674 \cdot 10^{-8}\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ ) |
| $i_{  }, i_{\perp}$         | Parallele bzw. senkrechte Komponente der Streueffizienz                                  |
| $I$                         | Intensität bzw. Bestrahlungsstärke   |
| $I/F$                       | Normierte Intensität   |
| $J_2$                       | Quadrupolmoment des Gravitationsfeldes des Saturn  |
| $J_e$                       | Elektronenstrom auf ein Staubteilchen  |
| $J_i$                       | Ionenstrom auf ein Staubteilchen   |
| $J_{sec}$                   | Strom durch Sekundärelektronen   |
| $J_v$                       | Strom durch Photoionisation  |
| $\kappa$                    | Photoelektrische Effizienz   |
| $k$                         | Wellenzahl $k \equiv 2\pi/\lambda$   |
| $k_B$                       | Boltzmann-Konstante  |
| $L$                         | Strahlungsdichte bzw. spezifische Intensität   |
| $m$                         | Relativer Brechungsindex   |
| $M$                         | Machzahl   |

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $m_d$                       | Masse eines Staubteilchens   |
| $M_S$                       | Masse des Saturn ( $M_S = 5.685 \cdot 10^{26}$ kg)                       |
| $n_e$                       | Anzahldichte der Plasmaelektronen  |
| $n_i$                       | Anzahldichte der Plasmaionen   |
| $N$                         | Brechungsindex eines Streupartikels                                      |
| $N_1$                       | Brechungsindex des Umgebungsmediums                                      |
| $\Omega, d\Omega$           | Raumwinkel, differenzielles Raumwinkелеlement                            |
| $\Omega_S$                  | Winkelgeschwindigkeit des mitrotierenden Saturnmagnetfeld $\mathbf{B}_S$ |
| $P$                         | Polarisationsgrad  |
| $Q_{abs}, Q_{sca}, Q_{ext}$ | Absorptions-, Streu- und Extinktionseffizienz                            |
| $Q_d$                       | Ladung eines Staubteilchens  |
| $\mathbf{r}$                | Ortsvektor   |
| $R_d, r_d$                  | Radius eines Staubteilchens  |
| $R_S$                       | Radius des Saturn  |
| $\mathbf{s}$                | Einheitsvektor von der Sonne zum Staubteilchen                           |
| $s_d$                       | Größe (Radius) eines Staubteilchens                                      |
| $t$                         | Zeit   |
| $\tau$                      | Optische Tiefe   |
| $\mathbf{v}$                | Geschwindigkeit  |
| $\bar{v}_e$                 | Mittlere thermische Geschwindigkeit der Plasmaelektronen                 |
| $\bar{v}_i$                 | Mittlere thermische Geschwindigkeit der Plasmaionen                      |
| $\mathbf{v}_P$              | Geschwindigkeit des Teilchens relativ zum Plasma                         |
| $x$                         | Größenparameter $x \equiv ks \equiv (2\pi Ns)/\lambda$                   |

# Literaturverzeichnis

- M. Abramowitz und I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover, New York, ninth dover printing, tenth gpo printing edition, 1964.
- S. Auer, E. Grün, R. Srama, S. Kempf, und R. Auer. The charge and velocity detector of the Cosmic Dust Analyser on Cassini. *Planetary and Space Science*, 50:773–779, 2002.
- M. Banaszkiewicz, H. J. Fahr, und K. Scherer. Evolution of dust particle orbits under the influence of solar wind outflow asymmetries and the formation of the zodiacal dust cloud. *Icarus*, 107:358–374, Feb. 1994. doi: 10.1006/icar.1994.1029.
- W. A. Baum, T. Kreidl, J. A. Westphal, G. E. Danielson, P. K. Seidelmann, D. Pascu, und D. G. Currie. Saturn’s E ring. *Icarus*, 47:84–96, 1981. doi: 10.1016/0019-1035(81)90093-2.
- U. Beckmann. *Dynamik von Staubteilchen in Saturns E-Ring*. PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2008.
- T. J. Birmingham und T. G. Northrop. Theory of flux anisotropies in a guiding center plasma. *JGR*, 84:41–45, Jan. 1979. doi: 10.1029/JA084iA01p00041.
- C. F. Bohren und D. R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. 1983.
- R. H. Brown, K. H. Baines, G. Bellucci, J. Bibring, B. J. Buratti, F. Capaccioni, P. Cerroni, R. N. Clark, A. Coradini, D. P. Cruikshank, P. Drossart, V. Formisano, R. Jaumann, Y. Langevin, D. L. Matson, T. B. McCord, V. Mennella, E. Miller, R. M. Nelson, P. D. Nicholson, B. Sicardy, und C. Sotin. The Cassini Visual And Infrared Mapping Spectrometer (Vims) Investigation. *SSR*, 115:111–168, Dec. 2004. doi: 10.1007/s11214-004-1453-x.
- J. A. Burns, P. L. Lamy, und S. Soter. Radiation forces on small particles in the solar system. *Icarus*, 40:1–48, Oct. 1979. doi: 10.1016/0019-1035(79)90050-2.
- J. Campbell und J. Anderson. Gravity Field of the Saturnian System From Pioneer and Voyager Tracking Data. *AJ*, 97:1485–1495, 1989.
- R. W. Carlson, P. R. Weissman, W. D. Smythe, und J. C. Mahoney. Near-Infrared Mapping Spectrometer experiment on Galileo. *SSRv*, 60:457–502, May 1992. doi: 10.1007/BF00216865.
- Cassini imaging science team. URL <http://www.ciclops.org>.
- J. E. P. Connerney. Magnetic Fields of the outer Planets. *JGR*, 98:18 659–18 679, 1993.

- M. K. Dougherty, K. K. Khurana, F. M. Neubauer, C. T. Russell, J. Saur, J. S. Leisner, and M. E. Burton. Identification of a Dynamic Atmosphere at Enceladus with the Cassini Magnetometer. *Science*, 311:1406–1409, Mar. 2006. doi: 10.1126/science.1120985.
- L. W. Esposito, J. E. Colwell, K. Larsen, W. E. McClintock, A. I. F. Stewart, J. T. Hallett, D. E. Shemansky, J. M. Ajello, C. J. Hansen, A. R. Hendrix, R. A. West, H. U. Keller, A. Korth, W. R. Pryor, R. Reulke, and Y. L. Yung. Ultraviolet Imaging Spectroscopy Shows an Active Saturnian System. *Science*, 307:1251–1255, Feb. 2005. doi: 10.1126/science.1105606.
- P.-W. Fok und R. R. Rosales. Multirate integration of axisymmetric step-flow equations. 2008. URL <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:0810.2517>.
- A. L. Fymat und K. D. Mease. Mie forward scattering: improved semiempirical approximation with application to particle size distribution inversion. *Appl. Opt.*, 20(2):194–198, 1981. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-20-2-194>.
- E. Grün, H. Fechtig, R. H. Giese, J. Kissel, D. Linkert, D. Maas, J. McDonnell, G. Morfill, G. Schwehm, und H. Zook. The Ulysses dust experiment. *A&A Supl. Ser.*, 92:411–423, 1992a.
- E. Grün, H. Fechtig, M. Hanner, J. Kissel, B.-A. Lindblad, D. Linkert, D. Maas, G. Morfill, und H. Zook. The Galileo dust detector. *Space Science Review*, 60:317–340, 1992b.
- P. K. Haff, G. L. Siscoe, und A. Eviatar. Ring and plasma - The enigmas of Enceladus. *Icarus*, 56:426–438, Dec. 1983. doi: 10.1016/0019-1035(83)90164-1.
- C. J. Hansen, L. Esposito, A. I. F. Stewart, J. Colwell, A. Hendrix, W. Pryor, D. Shemansky, und R. West. Enceladus' Water Vapor Plume. *Science*, 311:1422–1425, Mar. 2006. doi: 10.1126/science.1121254.
- C. J. Hansen, L. W. Esposito, A. I. F. Stewart, B. Meinke, B. Wallis, J. E. Colwell, A. R. Hendrix, K. Larsen, W. Pryor, und F. Tian. Water vapour jets inside the plume of gas leaving Enceladus. *Nature*, 456:477–479, Nov. 2008. doi: 10.1038/nature07542.
- M. M. Hedman, P. D. Nicholson, M. R. Showalter, R. H. Brown, B. J. Buratti, und R. N. Clark. Spectral Observations of the Enceladus Plume with Cassini-Vims. *ApJ*, 693:1749–1762, Mar. 2009. doi: 10.1088/0004-637X/693/2/1749.
- J. K. Hillier, S. F. Green, N. McBride, J. P. Schwanethal, F. Postberg, R. Srama, S. Kempf, G. Moragas-Klostermeyer, J. A. M. McDonnell, und E. Grün. The composition of Saturn's E ring. *MNRAS*, 377:1588–1596, June 2007. doi: 10.1111/j.1365-2966.2007.11710.x.
- M. Horányi. Charged dust dynamics in the solar system. *Annu. Rev. Astrophys.*, 34:383–418, 1996.
- T. A. Hurford, P. Helfenstein, G. V. Hoppa, R. Greenberg, und B. G. Bills. Eruptions arising from tidally controlled periodic openings of rifts on Enceladus. *Nature*, 447:292–294, May 2007. doi: 10.1038/nature05821.

- R. Jacobson. SAT317. [http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat\\_elem](http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem), 2009.
- R. A. Jacobson, P. G. Antreasian, J. J. Bordi, K. E. Criddle, R. Ionasescu, J. B. Jones, R. A. Mackenzie, M. C. Meek, D. Parcher, F. J. Pelletier, W. M. Owen, Jr., D. C. Roth, I. M. Roundhill, und J. R. Stauch. The Gravity Field of the Saturnian System from Satellite Observations and Spacecraft Tracking Data. *AJ*, 132:2520–2526, Dec. 2006. doi: 10.1086/508812.
- S. Jurac. Saturn’s E ring and the Production of the Neutral Torus. *Icarus*, 149:384–396, 2001.
- G. W. Kattawar und G. N. Plass. Electromagnetic scattering from absorbing spheres. *Appl. Opt.*, 6:1377–1382, 1967.
- S. Kempf. Saturnian Dust: Rings, Ice, and Streams, Braunschweig University. *Habilitation Thesis*, 2008.
- S. Kempf. Dust measurements with CDA on Cassini. In *Magnetospheres of the Outer Planets*, Boston, 2011.
- S. Kempf, U. Beckmann, R. Srama, M. Horanyi, S. Auer, und E. Grün. The electrostatic potential of E ring particles. *Planet. Space Sci.*, 54:999–1006, Aug. 2006. doi: 10.1016/j.pss.2006.05.012.
- S. Kempf, U. Beckmann, G. Moragas-Klostermeyer, F. Postberg, R. Srama, T. Economou, J. Schmidt, F. Spahn, und E. Grün. The E ring in the vicinity of Enceladus I: Spatial distribution and properties of the ring particles. *Icarus*, 2007. in press.
- S. Kempf, U. Beckmann, G. Moragas-Klostermeyer, F. Postberg, R. Srama, T. Economou, J. Schmidt, F. Spahn, und E. Grün. The E ring in the vicinity of Enceladus. I. Spatial distribution and properties of the ring particles. *Icarus*, 193:420–437, Feb. 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.06.027.
- S. Kempf, U. Beckmann, und J. Schmidt. How the Enceladus dust plume feeds Saturn’s E ring. *Icarus*, 206:446–457, Apr. 2010a. doi: 10.1016/j.icarus.2009.09.016.
- S. Kempf, R. Srama, G. Moragas-Klostermeyer, F. Postberg, J. Schmidt, und F. Spahn. The large scale structure of Saturn’s E ring and its sources. In *European Planetary Science Congress 2010*, Sept. 2010b.
- A. V. Krivov, M. Sremčević, F. Spahn, V. V. Dikarev, und K. V. Kholshchevnikov. Impact-generated dust clouds around planetary satellites: spherically symmetric case. *Planet. Space Sci.*, 51:251–269, Mar. 2003.
- H. Krüger, A. Krivov, D. Hamilton, und E. Grün. Detection of an impact-generated dust cloud around Ganymede. *Nature*, 399:558–560, 1999.
- L. D. Landau und E. M. Lifshitz. *The classical theory of fields*. 1975.

## Literaturverzeichnis

- R. M. Mastrapa, M. P. Bernstein, S. A. Sandford, T. L. Roush, D. P. Cruikshank, und C. M. D. Ore. Optical constants of amorphous and crystalline H<sub>2</sub>O-ice in the near infrared from 1.1 to 2.6  $\mu\text{m}$ . *Icarus*, 197:307–320, Sept. 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2008.04.008.
- R. M. Mastrapa, S. A. Sandford, T. L. Roush, D. P. Cruikshank, und C. M. Dalle Ore. Optical Constants of Amorphous and Crystalline H<sub>2</sub>O-ice: 2.5-22  $\mu\text{m}$  (4000-455  $\text{cm}^{-1}$ ) Optical Constants of H<sub>2</sub>O-ice. *ApJ*, 701:1347–1356, Aug. 2009. doi: 10.1088/0004-637X/701/2/1347.
- N. Meyer-Vernet. "Flip-flop" of electric potential of dust grains in space. *A&A*, 105:98–106, 1982.
- G. Mie. Beiträge zur Optik trüber Medien speziell kolloidaler Metallösungen. *Ann. Phys.*, 25: 377–445, 1908.
- M. I. Mishchenko, L. D. Travis, und A. A. Lacis. *Scattering, absorption, and emission of light by small particles*. 2002.
- G. E. Morfill und E. Grün. The motion of charged dust particles in interplanetary space. I - The zodiacal dust cloud. II - Interstellar grains. *Planet. Space Sci.*, 27:1269–1292, Oct. 1979. doi: 10.1016/0032-0633(79)90105-3.
- NASA. URL <http://www.nasa.gov>.
- F. Nimmo, J. R. Spencer, R. T. Pappalardo, und M. E. Mullen. Shear heating as the origin of the plumes and heat flux on Enceladus. *Nature*, 447:289–291, May 2007. doi: 10.1038/nature05783.
- T. G. Northrop und T. J. Birmingham. Plasma drag on a dust grain due to Coulomb collisions. *Planet. Space Sci.*, 38:319–326, 1990. doi: 10.1016/0032-0633(90)90096-9.
- K. D. Pang, C. C. Voge, J. W. Rhoads, und J. M. Ajello. The E ring of Saturn and satellite Enceladus. *JGR*, 89:9459–9470, Oct. 1984. doi: 10.1029/JB089iB11p09459.
- C. C. Porco, P. Helfenstein, P. C. Thomas, A. P. Ingersoll, J. Wisdom, R. West, G. Neukum, T. Denk, R. Wagner, T. Roatsch, S. Kieffer, E. Turtle, A. McEwen, T. V. Johnson, J. Rathbun, J. Veverka, D. Wilson, J. Perry, J. Spitale, A. Brahic, J. A. Burns, A. D. DelGenio, L. Dones, C. D. Murray, und S. Squyres. Cassini Observes the Active South Pole of Enceladus. *Science*, 311:1393–1401, Mar. 2006. doi: 10.1126/science.1123013.
- F. Postberg, S. Kempf, J. K. Hillier, R. Srama, S. F. Green, N. McBride, und E. Grün. The E-ring in the vicinity of Enceladus. II. Probing the moon's interior – The composition of E-ring particles. *Icarus*, 193:438–454, Feb. 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.09.001.
- F. Postberg, S. Kempf, J. Schmidt, N. Brilliantov, A. Beinsen, B. Abel, U. Buck, und R. Srama. Sodium salts in E-ring ice grains from an ocean below the surface of Enceladus. *Nature*, 459:1098–1101, June 2009. doi: 10.1038/nature08046.

- F. Postberg, J. Schmidt, J. Hillier, S. Kempf, und R. Srama. A salt-water reservoir as the source of a compositionally stratified plume on Enceladus. *Nature*, advance online publication:–, 06 2011. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature10175>.
- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, und B. P. Flannery. *Numerical recipes in C. The art of scientific computing*. Cambridge: University Press, 1992, 2nd ed., 1992.
- T. Roatsch, R. Jaumann, K. Stephan, und P. C. Thomas. Cartographic Mapping of the Icy Satellites Using ISS and VIMS Data. In M. K. Dougherty, L. W. Esposito, und S. M. Krimigis, editors, *Saturn from Cassini-Huygens*, pages 763–781. Springer Netherlands, 2009. ISBN 978-1-4020-9217-6. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-9217-6\\_24](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-9217-6_24). 10.1007/978-1-4020-9217-6\_24.
- J. Saur, N. Schilling, F. M. Neubauer, D. F. Strobel, S. Simon, M. K. Dougherty, C. T. Russell, und R. T. Pappalardo. Evidence for temporal variability of Enceladus’ gas jets: Modeling of Cassini observations. *Geophys. Res. Lett.*, 35:L20105, Oct. 2008. doi: 10.1029/2008GL035811.
- P. Schenk, J. Schmidt, S. Kempf, U. Beckmann, und P. Strub. Plume Fallout on the Surface of Enceladus: Mapped from Global Color Patterns. *in prep.*, 2011.
- J. Schmidt, N. Brilliantov, F. Spahn, und S. Kempf. Slow dust in Enceladus’ plume from condensation and wall collisions in tiger stripe fractures. *Nature*, 451:685–688, Feb. 2008. doi: 10.1038/nature06491.
- D. E. Shemansky, P. Matheson, D. T. Hall, H. Hu, und T. M. Tripp. Detection of the hydroxyl radical in the Saturn magnetosphere. *Nature*, 363:329–331, May 1993. doi: 10.1038/363329a0.
- B. A. Smith, L. Soderblom, R. M. Batson, P. M. Bridges, J. L. Inge, H. Masursky, E. Shoemaker, R. F. Beebe, J. Boyce, G. Briggs, A. Bunker, S. A. Collins, C. Hansen, T. V. Johnson, J. L. Mitchell, R. J. Terrile, A. F. Cook, J. N. Cuzzi, J. B. Pollack, G. E. Danielson, A. P. Ingersoll, M. E. Davies, G. E. Hunt, D. Morrison, T. Owen, C. Sagan, J. Veverka, R. Strom, und V. E. Suomi. A new look at Saturn system: The Voyager 2 images. *Science*, 215: 503–537, 1982.
- F. Spahn, J. Schmidt, N. Albers, M. Hörning, M. Makuch, M. Seiß, S. Kempf, R. Srama, V. Dikarev, S. Helfert, G. Moragas-Klostermeyer, A. V. Krivov, M. Sremčević, A. J. Tuzzolino, T. Economou, und E. Grün. Cassini Dust Measurements at Enceladus and Implications for the Origin of the E Ring. *Science*, 311:1416–1418, 2006. doi: 10.1126/science.1121375.
- J. R. Spencer, J. C. Pearl, M. Segura, F. M. Flasar, A. Mamoutkine, P. Romani, B. J. Buratti, A. R. Hendrix, L. J. Spilker, und R. M. C. Lopes. Cassini Encounters Enceladus: Background and the Discovery of a South Polar Hot Spot. *Science*, 311:1401–1405, Mar. 2006. doi: 10.1126/science.1121661.
- J. N. Spitale und C. C. Porco. Association of the jets of Enceladus with the warmest regions on its south-polar fractures. *Nature*, 449:695–697, Oct. 2007. doi: 10.1038/nature06217.

- R. Srama. CDA calibration report. Technical report, MPI-K, 2000.
- R. Srama, T. Ahrens, N. Altobelli, S. Auer, J. Bradley, M. Burton, V. Dikarev, T. Economou, H. Fechtig, M. Görlich, M. Grande, A. Graps, E. Grün, O. Havnes, S. Helfert, M. Horányi, E. Igenbergs, E. Jeßberger, T. Johnson, S. Kempf, A. Krivov, H. Krüger, A. Mockler-Ahlreep, G. Moragas-Klostermeyer, P. Lamy, M. Landgraf, D. Linkert, G. Linkert, F. Lura, J. McDonnell, D. Möhlmann, G. Morfill, M. Müller, M. Roy, G. Schäfer, G. Schlotzhauer, G. Schwehm, F. Spahn, M. Stübig, J. Svestka, V. Tschernjawski, A. Tuzzolino, R. Wäsch, und H. Zook. The Cassini Cosmic Dust Analyser. *SSR*, 114:465–518, 2004.
- E. J. Sternglass. Theory of Secondary Electron Emission by High-Speed Ions. *Phys. Rev.*, 108 (1):1–12, Oct 1957. doi: 10.1103/PhysRev.108.1.
- F. Tian, A. I. F. Stewart, O. B. Toon, K. W. Larsen, und L. W. Esposito. Monte Carlo simulations of the water vapor plumes on Enceladus. *Icarus*, 188:154–161, May 2007. doi: 10.1016/j.icarus.2006.11.010.
- A. J. Verbiscer, M. F. Skrutskie, und D. P. Hamilton. Saturn’s largest ring. *Nature*, 461:1098–1100, Oct. 2009. doi: 10.1038/nature08515.
- J. H. Waite, M. R. Combi, W.-H. Ip, T. E. Cravens, R. L. McNutt, W. Kasprzak, R. Yelle, J. Luhmann, H. Niemann, D. Gell, B. Magee, G. Fletcher, J. Lunine, und W.-L. Tseng. Cassini Ion and Neutral Mass Spectrometer: Enceladus Plume Composition and Structure. *Science*, 311:1419–1422, 2006. doi: 10.1126/science.1121290.
- J. H. Waite, Jr., W. S. Lewis, B. A. Magee, J. I. Lunine, W. B. McKinnon, C. R. Glein, O. Mousis, D. T. Young, T. Brockwell, J. Westlake, M. Nguyen, B. D. Teolis, H. B. Niemann, R. L. McNutt, M. Perry, und W. Ip. Liquid water on Enceladus from observations of ammonia and  $^{40}\text{Ar}$  in the plume. *Nature*, 460:487–490, July 2009. doi: 10.1038/nature08153.
- E. Whipple. Potentials of surfaces in space. *Rep. Prog. Phys.*, 17:1197–1250, 1981.
- W. Wiscombe. Improved Mie Scattering Algorithms. *Applied Optics*, 19(9):1505–1509, 1980.
- M. Y. Zolotov. An oceanic composition on early and today’s Enceladus. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L23203, Dec. 2007. doi: 10.1029/2007GL031234.



# Danksagung

An erster Stelle möchte ich meinen Eltern danken. Sie sind in dieser langen, teils holprigen Phase meines Lebens stets hinter mir gestanden, um mir den Rücken freizuhalten. Sie haben mir Hilfe und Halt gegeben, wenn mir die Dinge über den Kopf wuchsen.

Danach gebührt der Dank meinem Doktorvater Jürgen Blum. Er hat sich trotz kurzfristiger Anfrage dazu bereit erklärt, die damit verbundenen Verpflichtungen einzugehen und mich durch das Promotionsverfahren zu begleiten.

Besonders dankbar bin ich Sascha Kempf, der die praktische Betreuung dieser Arbeit übernommen hat. Er hat mir in einer schwierigen Situation angeboten, diese Arbeit zu beginnen und zu Ende zu bringen. Ich habe manches Mal seine Geduld strapaziert, aber er hat mich immer wieder ermutigt und fachlich wie persönlich mit allen Mitteln unterstützt.

Außerdem möchte ich mich ganz herzlich bei Prof. Dr. A. Hördt für seinen Vorsitz in der Prüfungskommission meiner Disputation bedanken.

Auch meinem jetzigen Chef Harald Krüger habe ich die Fertigstellung dieser Arbeit in erheblichem Maße zu verdanken. Er hat es mir ermöglicht, mich neben meinen neuen Aufgaben dieser Arbeit zu widmen.

In der Heidelberger Staubgruppe wurde ich vom ersten Tag an freundschaftlich aufgenommen und habe im Kreis meiner Kollegen auch abseits der Arbeit viele fröhliche, aber auch nachdenkliche Stunden verbracht. Besonders erwähnen möchte ich aus dieser Runde meinen langjährigen Mitbewohner Frank und meine Mitstreiterin Anna, die unser langes Rennen um die Doktorarbeit gewonnen hat.

Ohne meinen Freundeskreis wäre diese Arbeit sicher nicht zu dem geworden, was sie ist. Viele haben sich damit abgefunden, mich, den Sterngucker vom Berg, in dieser Zeit kaum zu sehen. Aufmunterung, Geduld, Neugier, die sprichwörtlichen Tritte in den Hintern, das gemeinsame Durchleben von Freud und Leid, darum haben sich trotz mehr oder weniger großer Ferne Eliette, Fabienne und Simone besonders verdient gemacht. Ein ganz großes Dankeschön dafür!